

发动机生产加工中质量控制界限的优化

李 强

(国防科技大学 宇航与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 以两类错误损失费用最小为目标, 对现行发动机零组件加工质量控制中以 $\bar{x} \pm 3s$ 作为控制图控制界限的方法进行了改进, 建立了确定最佳控制界限 (Ks) 的数学模型与最优控制界限 (K) 的算式。通过实例对优化结果和现行 “ $\bar{x} \pm 3s$ ” 方法的结果进行了比较和分析, 进一步说明了该方法的优越性。

关键词: 质量控制图; 第一类错误; 控制界限; 第二类错误

中图分类号: V460

文献标识码: A

文章编号: (2005)02-0051-04

Optimization of quality characteristic control limits in rocket engine process

LI Qiang

(School of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aimed at the least loss costs of the two types of errors, the method which takes “ $\bar{x} \pm 3s$ ” as the control limits of control-charts in engine subassemblies machining quality control was improved. The mathematics model which confirms the optical control limits was built and the formula for calculating the optical control parameter was obtained. The advantages of method are proved by the comparison and analysis with the results with $\bar{x} \pm 3s$ method.

Key words: quality control-charts; the first type of error; control limits; the second type of error

1 问题的提出

在发动机零组件机械加工的质量控制中, 生产单位在设计图纸要求的范围内实行严密质量控制。一般情况下, 采用 $\bar{x} \pm 3s$ 作为控制界限对工

序的质量进行评判。对于批量生产的零组件, 在没有明确规定需要对尺寸进行逐一检验时, 一般都是采用计量型随机抽样的方法进行采样检验, 根据对样本质量检测的数据和结果推断生产工序的总体质量。这样, 就不可避免地会产生两类错误^[1,6] (见图 1)。

收稿日期: 2004-12-29; 修回日期: 2005-02-16。

作者简介: 李强 (1972—), 男, 硕士研究生, 研究领域为飞行器设计。

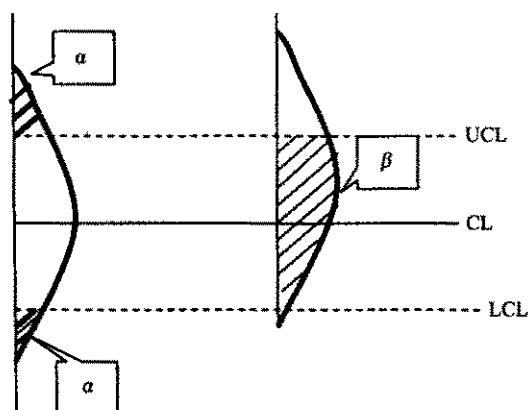


图 1 控制图的两类错误

Fig.1 Two types of the errors

第一类错误是工序本来正常,而抽到的样本却落到了控制界限之外,因而判断工序异常,并虚发警报(False alarm)。这时必须中断生产,进行工序检查和调整,去寻找实际上并不存在的质量问题,造成一定的费用损失,这类费用损失称为第一类错误损失。发生第一类错误的概率通常用 a 表示。假定工序加工的实际尺寸(特性)符合正态分布,均值与方差相互独立。第一类错误的概率 a 可用下式表示:

$$a = \Phi(K) = \int_K^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-t^2/2} dt \quad (1)$$

式中, K 为控制界限系数。

第二类错误是指某生产工序已处于不正常的失控状态,稳定状态下的均值 m_0 实际已发生了偏离,但抽样的结果却落到了控制界限之内,从而错误地判断该生产工序为正常的受控状态,本来应该发出警报却漏发警报(Alarm missing)。因此,必定造成发动机组件大量不合格,给生产厂家带来一定的损失,这类费用损失称为第二类错误。

仍采用 $\bar{x} - R$ 控制图对加工质量进行评判,在上面的假定条件下,发生第二类错误的概率^[1]为:

$$b = P\left\{LCL \leq \bar{x} \leq UCL \mid m = m_0 + Ks\right\}$$

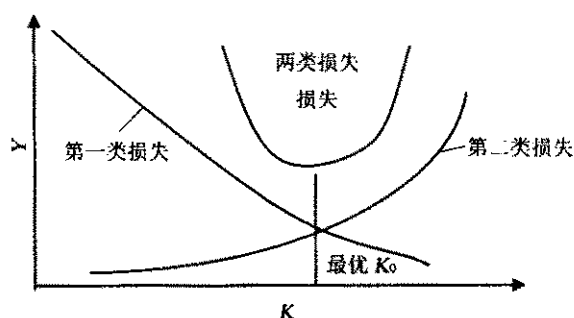
式中, LCL 为下边界, UCL 为上边界。

$$b = \Phi\left(K - \frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}\right) - \Phi\left(-K - \frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}\right) \quad (2)$$

从式(2)可以看出发生第二类错误的概率 b 由 3 个因素决定,即:控制界限 K 的大小、样本数量 n 和生产工序实际分布平均值偏离正常期望值的程度 $\frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}$ 。

如果假定 n 和 $\frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}$ 值给定不变,那

么, a 、 b 随 K 的变化情况为:当 K 值增大时, a 值将减小,而 b 值将增大。即当控制界限取得较宽时,发生第一类错误的可能性(概率值)会变小,第一类错误损失也将减少,而发生第二类错误的概率将增大,第二类错误损失也将增大。反之,当 K 值减小时, a 值将增大,而 b 值将减小。即第一类错误损失将增加,而第二类错误损失将减小^[5]。由此可知,两类错误随 K 值的增减而呈现此长彼消或此消彼长的变化。生产方一般希望 a 小,而使用方希望 b 小,从理论上讲,确定控制界限值 K 的原则应是使上述两类错误损失(计为 Y)的总和达到最小,两类错误损失 Y 与控制界限 K 值的关系^[1]如图 2 所示。尽管修哈特等人^[5]提出质量经济管理而设计了 $\bar{x} \pm 3s$ 控制图,但该方法并没有考虑到通过合理选取控制边界而使质量成本损失最小化。

图 2 $Y - K$ 关系曲线Fig.2 Curve of $Y - K$

2 模型的建立

假设不考虑误判所带来的停产费用损失, 生产工序正常和非正常两种情况下的样本标准差 s 保持一致, 发生一次第一类错误损失计为 B , 发

生一次第二类错误损失计为 C , 则两类错误损失费用^[2,3] Y 为:

$$Y = 2aB + bC \quad (3)$$

将式 (1)、式 (2) 代入式 (3) 中, 得:

$$Y = 2B\Phi(K) + C \left[\Phi \left(K - \frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n} \right) - \Phi \left(-K - \frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n} \right) \right]$$

为推导方便, 令 $l = \frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}$, 则上式简化为:

$$Y = 2B\Phi(K) + C [\Phi(K - l) - \Phi(-K - l)] \quad (4)$$

式 (4) 两边对 K 求导, 并令 $\frac{\partial Y}{\partial K} = 0$ 。注意到

$$\Phi(K) = \int_K^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-t^2/2} dt$$

$$\Phi'(K) = -\frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-K^2/2}$$

整理有

$$2\frac{B}{C} e^{l^2/2} = e^{Kl} + e^{-Kl} \quad (5)$$

变形

$$2\frac{B}{C} e^{l^2/2} + 2 = (e^{Kl/2} + e^{-Kl/2})^2$$

$$e^{Kl/2} + e^{-Kl/2} = \sqrt{2\frac{B}{C} e^{l^2/2} + 2} \quad (6)$$

同样有

$$e^{Kl/2} - e^{-Kl/2} = \sqrt{2\frac{B}{C} e^{l^2/2} - 2} \quad (7)$$

式 (6) 与式 (7) 相加可得:

$$2e^{Kl/2} = \sqrt{2\frac{B}{C} e^{l^2/2} + 2} + \sqrt{2\frac{B}{C} e^{l^2/2} - 2} \quad (8)$$

对式 (8) 平方

$$e^{Kl} = \frac{B}{C} e^{l^2/2} + \sqrt{\left(\frac{B}{C}\right)^2 e^{l^2} - 1} \quad (9)$$

对式 (9) 取自然对数

$$K = \frac{1}{l} \ln \left[\frac{B}{C} e^{l^2/2} + \sqrt{\left(\frac{B}{C}\right)^2 e^{l^2} - 1} \right] \quad (10)$$

式 (10) 即为最优控制界限 K 的计算式。显然, K 必须大于零。因此式 (10) 应满足

$$\begin{cases} \frac{B}{C} e^{l^2/2} + \sqrt{\left(\frac{B}{C}\right)^2 e^{l^2} - 1} > 1 \\ \left(\frac{B}{C}\right)^2 e^{l^2} - 1 \geq 0 \end{cases}$$

即

$$l^2 > 2\ln(C/B)$$

$$\left(\frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n}\right)^2 \geq 2\ln \frac{C}{B}$$

从式 (10) 可以看出: K 的确定与第一、第二类损失的比值及生产工序实际分布平均值偏离正常期望的偏差有关。

3 算例分析

下面通过一个实例说明利用式 (10) 求控制界限的优越性。

发动机涡轮增压器密封圈的压制工序, 采用 $\bar{x} - R$ 图对胶圈直径 (fd) 进行质量控制, 组样本数 $n = 5$, 利用极差理论^[5]求得样本总体的标准差期望值 $\hat{s} = 5$, 工序实际分布中心偏移值 $|m - m_0| = 4$ 。根据生产质量成本损失有关资料信息, 假定第一类错误损失为 80 元, 第二类错误损

失为 133 元, 试求该工序控制图的最优控制界限并进行比较。解

$$l^2 = \left(\frac{|m - m_0|}{s} \sqrt{n} \right)^2 = 3.2$$

$$2 \ln \frac{C}{B} = 2 \ln(133/80) = 1.02$$

因为 $l^2 > 2 \ln \frac{C}{B}$, 故给定的 n 和 $\frac{|m - m_0|}{s}$ 符合要求。

将 l^2 , B 、 C 代入式(10)中, 得

$$K = \frac{1}{1.788} \ln[2.97 + \sqrt{2.97 - 1}] \approx 1$$

$$a = \Phi(1) = 0.1587$$

$$b = \Phi(K - l) - \Phi(-K - l) = \Phi(1 - \sqrt{3.2}) - \Phi(-1 - \sqrt{3.2}) = 0.2122$$

$$Y = 2aB + bC = 0.3174 \times 80 + 0.2122 \times 133 = 53.61$$

若根据传统方法, 以 $\pm 3s$ 为控制界限, 则 $K = 3$, $a = 0.0026$, $b = 0.8869$, $Y = 0.0026 \times 2 \times 80 + 0.8869 \times 133 = 118.37$

通过上例计算可知: 当控制界限 $K = 1$, 即取控制界限为 $\bar{x} \pm 1s$ 时, 两类错误的单位损失费用为 53.61 元。而如遵循 $\bar{x} \pm 3s$ 法则, 选取 $K = 3$, 即以 $\bar{x} \pm 3s$ 作为其控制界限, 两类错误的单位损失费用为 118.37 元。由此可知, 按式 (10) 求得的 $\bar{x} \pm Ks$ 作为控制图的控制界限的优化效果是非常显著的。

4 结论

在满足图纸技术要求的条件下, 对一定样本数量的发动机零组件加工来说, 其质量控制图中控制线的确定与第一、第二类质量成本损失的大小及生产工序实际分布平均值偏离正常期望值的程度有关。由式 (10) 所求得的控制界限 $\pm Ks$ 具备最优性, 是一个普遍适用的规律。该方法比传统的 $\pm 3s$ 控制界限在经济上要优惠得多。

需要指出的是: 式 (10) 并非是一个仅用于 $\bar{x} - R$ 控制图中的控制界限算式, 可以将它进一步推广到其他质量控制图的控制界限上。

参考文献:

- [1] 张公绪. 质量工程师手册[M]. 北京: 企业管理出版社, 2002.
- [2] 黄兆骊. 控制图控制界限的讨论[J]. 质量管理, 1985, (6).
- [3] 刘长庚, 周兆英, 赵晓波. 串行生产系统中质量控制问题的最优化[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2000, 20 (5).
- [4] Reynold, Amin R W, Aynold J C, et al. Xcharts with variable sampling intervals[J]. Technometrics, 1988, 30 (2).
- [5] 张公绪. 新编质量管理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [6] Tang K. The effects of inspection error on a complete inspection plan [J]. IIE transactions, 1987, 19 (4).

(编辑: 马 杰)