

# 叶轮盖板侧的流动对离心泵泄漏量的影响

严俊峰, 陈 炜, 蒲光荣

(西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 利用动量矩定理, 建立了叶轮盖板中流体旋转角速度的一阶微分方程, 得到了计算离心泵泄漏量的方法。为了获得泄漏量, 需要进行迭代求解。从该微分方程出发, 可得到容积效率、轴向力等参数。试验研究表明, 用此公式计算的理论泄漏量和试验值之间的相对误差在 7%~10% 以内, 验证了该方法的合理性和正确性。

**关键词:** 离心泵; 泄漏量; 轴向力

中图分类号: V432

文献标识码: A

文章编号: (2007) 03-0020-06

## The effect of flow in the impeller shroud on the leakage rate in a centrifugal pump

Yan Junfeng, Chen Wei, Pu Guangrong

(Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** This paper describes a method to calculate the leakage rate in a centrifugal pump. The method solves the non-linear first order differential equation for the angular velocity of the fluid in the impeller shroud. This parameter is necessary to determine the performance of a centrifugal pump according to a prediction procedure. From the calculation of this leakage rate, the volumetric efficiency and the axial force can be obtained. The result shows that the theoretical leakage is in agreement with experimental result within 7%~10%. It also shows that this method is reasonable and reliable.

**Key words:** centrifugal pump; leakage rate; axial thrust

收稿日期: 2006-02-21; 修回日期: 2006-05-15。

作者简介: 严俊峰 (1980—), 男, 硕士, 研究领域为涡轮泵技术。

符号说明:

$r$ —— 半径, m	$q_v$ —— 泄漏量, $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$\rho$ —— 流体密度, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\eta_v$ —— 容积效率
$k$ —— 圆周速度的比值	$Re$ —— 雷诺数, $Re=r_2^3 \omega / \nu$
$V$ —— 速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$V_r$ —— 径向速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$V$ —— 控制体, $\text{m}^3$	$V_u$ —— 圆周速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$\beta$ —— 流体运动旋转角速度, $\text{s}^{-1}$	$\omega$ —— 叶轮旋转角速度, $\text{s}^{-1}$
$p$ —— 静压力, Pa	$\Delta p$ —— 压差, Pa
$\nu$ —— 流体运动粘性系数, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$\mu$ —— 流量系数
$\delta$ —— 径向距离, m	$\tau$ —— 切应力, Pa
$W$ —— 相对速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$Q$ —— 流量, $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$L$ —— 动量矩, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$	$M$ —— 力矩, $\text{N} \cdot \text{m}$
$S$ —— 控制面, $\text{m}^2$	$F_{ax}$ —— 轴向力, N
$C_p$ —— 压力系数	$C_q$ —— 流量系数
$C_p = (p-p_2) / (\rho r_2^3 \omega / 2)$	$C_q = [q_v / 2 \pi r_2^3 \omega] Re^{-5}$

下标:

0 —— 初始值	1 —— 泵进口
2 —— 泵出口	$s$ —— 泵腔壁面与叶轮壁面的间隙
$u$ —— 周向	$r$ —— 径向
$n$ —— 法向	$L$ —— 控制体左端面
$R$ —— 控制体右端面	$D$ —— 控制体下端面
$U$ —— 控制体上端面	

1 引言

在离心泵的设计中, 常用经验或半经验公式计算泵的泄漏量、容积效率及轴向力等参数。经验认为, 叶轮盖板侧泵腔中流体绕轴心线旋转的角速度为叶轮旋转角速度的一半。由于该假设对叶轮盖板侧泵腔中流体运动状况和叶轮盖板外表面压力分布缺乏定量的分析, 从而导致泄漏量、容积效率及轴向力等计算不准确。这里利用动量

矩定理对叶轮盖板侧泵腔中的流动, 主要是流体的旋转角速度进行了初步研究, 得到了计算离心泵泄漏量、容积效率及轴向力等的方法。

2 假设与建模

2.1 基本假设

当泵介质为粘性很小的不可压缩流体时, 它的运动遵守 N-S 方程和不可压缩条件。由于流体流动的复杂性及数学计算上的困难, 在通常情况

下,一般不直接求解 N-S 方程。

由文献 [1] 可知,叶轮盖板侧泵腔中的流动由附面层和核心区组成,如图 1 所示。

当介质的粘性很小时,泵腔中流动的雷诺数  $Re$  很大,流体与固壁的相对速度降为零几乎发生在贴近固壁的微薄附面层内。根据流体力学附面层理论,对于转速达 40 000r/min 的离心泵,其附面层厚度在  $\delta \approx \sqrt{\nu/\omega} = 0.026$  mm 数量级。可见  $\delta \ll 1$  (厘米数量级),也就是说,在叶轮盖板侧泵腔中主要存在的是核心区的流动,与坐标无关。在图 1 的柱坐标系中,由于流速场具有轴对称性,因而泵腔中的流动与坐标  $\varphi$  无关。因此可作如下假设:

假设 1,流体的圆周及径向速度只与径向坐标  $r$  有关;

假设 2,流动为稳定流动;

假设 3,叶轮表面与泵体表面粗糙度相等。

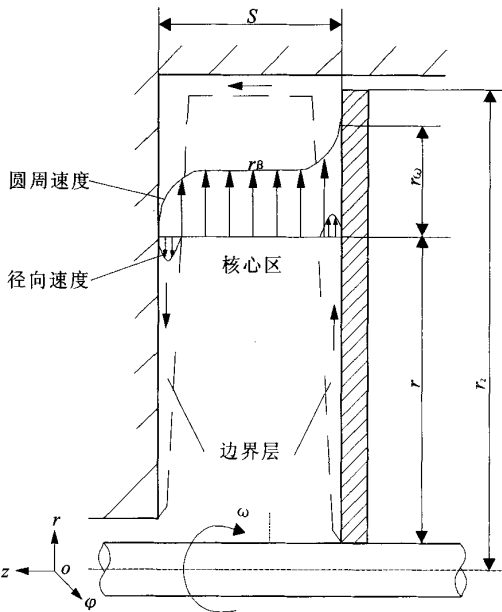


图 1 间隙中的流动及符号

Fig.1 Flow in axial gap and the symbols

## 2.2 建模

如图 2 所示,泵腔中想像出厚度为  $dr$  的微小流体环,考虑到摩擦力矩的存在,对其应用动

量矩定理可得

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma M \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_V \rho(r \times V) dV = \int_V \rho \frac{d(r \times V)}{dt} dV \\ &= \int_S V_u r \rho V_n dS \end{aligned}$$

根据假设 1 可知,在同一半径上,流体的圆周速度相同,即沿  $S_L \rightarrow S_R$ ,  $V_u = \text{const}$ , 则

$$\frac{dL}{dt} = (V_u r)_U \int_{S_U} V_r dS - (V_u r)_D \int_{S_D} V_r dS$$

由连续性方程  $\int_{S_U} V_r dS = \int_{S_D} V_r dS = q_v$ , 得

$$\frac{dL}{dt} = p q_v [(V_u r)_U - (V_u r)_D] \quad (2)$$

引入与壁面粗糙度有关的系数  $C_f$ , 得泵腔中流体与圆盘及壳体间的切应力

$$\tau = C_f \rho W^2$$

不考虑  $S_U$ 、 $S_D$  上摩擦力矩的作用,根据假设 3,  $S_L$  及  $S_R$  面的力矩分别为:

$$M_L = r 2\pi r dr C_f \rho V_u^2 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} M_R &= r 2\pi r dr C_f \rho W^2 \\ &= 2\pi r^2 dr C_f \rho (U - V_u)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

由式 (1) ~ 式 (4) 可知

$$2\pi r^2 dr C_f \rho [(U - V_u)^2 - V_u^2] = q_v \rho [(V_u r)_U - (V_u r)_D] \quad (5)$$

$$\text{将 } r_D = r - \frac{1}{2} dr, \quad r_U = r + \frac{1}{2} dr, \quad V_{uD} = \left( \beta - \frac{d\beta}{2} \right) r_D,$$

$$V_{uU} = \left( \beta + \frac{d\beta}{2} \right) r_U, \quad U = \omega r, \text{ 代入式 (3) 并化简, 有}$$

$$\frac{d\beta}{dr} = \frac{2\pi r^4 C_f (\omega^2 - 2\omega\beta) - 2q_v \beta r}{q_v r^2 + \frac{1}{4} dr^2 q_v}$$

忽略二阶小项  $\frac{1}{4} dr^2 q_v$ , 可得叶轮盖板侧泵腔

中流体旋转角速度的微分方程

$$\frac{d\beta}{dr} = \frac{2\pi r^3 C_f (\omega^2 - 2\omega\beta) - 2q_v \beta}{q_v r} \quad (6)$$

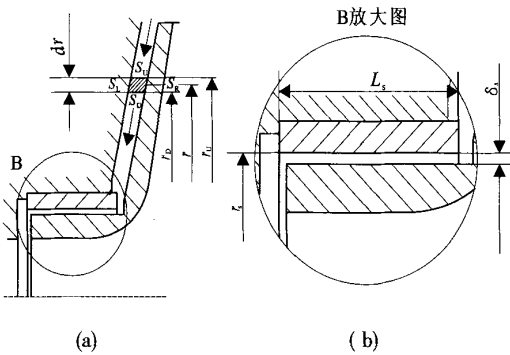


图 2 离心泵间隙中的回流及缝隙参数  
Fig.2 Sealing gap return flow (a) and gap geometry (b) in centrifugal pump

2.3 边界条件

泵腔中流场应满足伯努利方程

$$z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} \tag{7}$$

在高速高压泵中，流体的位置势能  $z$ 、径向流速产生的动能  $\frac{V_r^2}{2g}$  及阻力损失  $h_w$  在运动流体所具有的总机械能中的比重较小，可作近似计算，由此引起的误差也很小。

此外，还应满足泵腔进口处压力与叶轮出口的静压相等，即

$$P_{r=r_2} = P_2 \tag{8}$$

3 计算及讨论

3.1 定量分析

当  $q_v=0$  时，为了使式 (6) 具有物理意义，要求  $\frac{2\pi r^3 C_f (\omega^2 - 2\omega\beta)}{q_v r} = 0$ ，即  $\beta = \frac{\omega}{2}$ 。这与  $q_v=0$  时的理论分析及试验结果是相一致的。

当  $q_v \rightarrow \infty$ ，可将式 (6) 改写为

$$\frac{d\beta}{dr} = -\frac{2\beta}{r}$$

积分上式可得  $\beta r^2 = \text{const}$ ，即  $V_{\theta} = \text{const}$ 。这也与理论分析是相一致的。

3.2 泄漏量的数值计算

忽略重力的影响，则由泵腔中液体平衡方程

可得

$$\frac{dp}{dr} = \rho r \beta^2 \tag{9}$$

而泵的泄漏量可按下式计算

$$q_v = 2\mu \pi r_s \delta_s \sqrt{2 \frac{\Delta p_s}{\rho}} \tag{10}$$

实际计算时，可首先假设一初始泄漏量  $q_{v0}$ ，并对  $r_1$  处的  $\beta_0$  及  $p_0$  赋初值，然后利用 R-K 法求解式 (6)、式 (9)，计算出泵腔中流体旋转角速度及压力分布。对于如图 2 所示的口环结构，可由式 (10) 计算出泄漏量  $q_v$ 。此时应对  $\beta$  及  $p$  的分布进行判定，若  $\beta$  及  $p$  的分布不满足边界条件式 (7)、式 (8)，则应重新对  $\beta_0$  及  $p_0$  赋值，否则应接着判定泄漏量  $q_v$  是否收敛。若  $q_v$  与  $q_{v0}$  相差甚微，则可判定计算结束，否则应将计算出的泄漏量  $q_v$  重新赋值为初始泄漏量  $q_{v0}$  进行计算，直到收敛为止。

泄漏量的计算流程如图 3 所示，图 4 所示为一定边界条件下流量系数  $C_q$  的迭代收敛过程。

在泄漏量的计算过程中，选  $C_f=0.0053$ 。尽管在目前的情况下  $C_f$  的准确值不知道，但是  $C_f$  值的大小对计算结果的影响不大。例如，在  $q_v=0.0002\text{m}^3/\text{s}$  时， $C_f$  增加 20%， $k$  值只增加 0.7%。

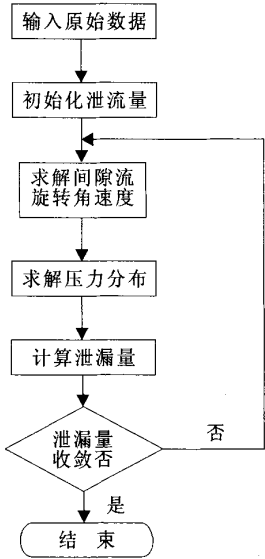
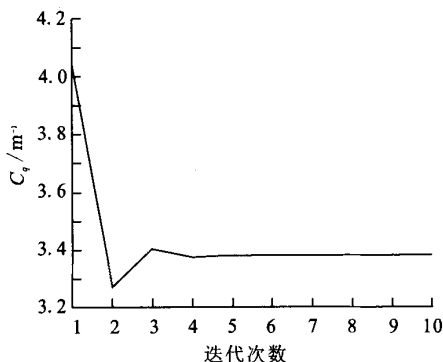


图 3 泄漏量的计算流程图

Fig.3 Flow chart for a part of the program for calculating the leakage rate

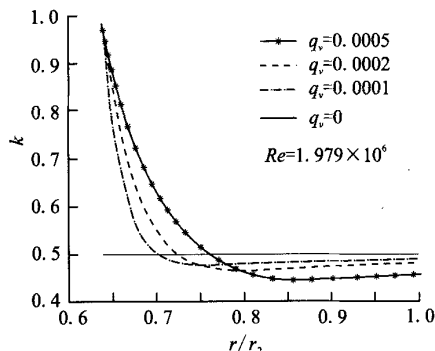
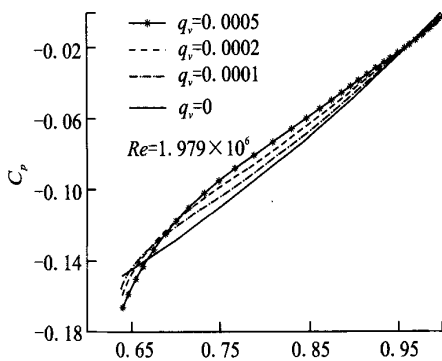
图4 流量系数  $C_q$  的迭代过程Fig.4 The iterate process of discharge coefficient ( $C_q$ )

通过改变口环处的密封间隙  $\delta_s$  可以改变泄漏量, 为了便于比较, 未改变边界条件及其它结构参数。图5、图6分别示出了在同一  $Re$  数、不同泄漏量下, 泵腔内核心区流体旋转圆周速度与叶轮旋转圆周速度的比值  $k$  及压力系数  $C_p$  的径向分布。利用类似方法还可以研究同一泄漏量、不同  $Re$  数下, 圆周速度的比值  $k$  及压力系数  $C_p$  的径向分布。

此外, 在离心泵的设计过程中, 对容积效率及轴向力的精确计算也是十分重要的。在求得压力系数  $C_p$  的分布后, 可由式 (11) 求出作用在叶轮盖板上的轴向力。在求出泄漏量后, 可由式(12) 求出容积效率。

$$F_{ax} = \int 2\pi r \Delta p dr \quad (11)$$

$$\eta_v = \frac{Q}{Q+q_v} \quad (12)$$

图5 不同泄漏量下圆周速度比值  $k$  的径向分布Fig.5 Angular velocity ratio ( $k$ ) vs radius for various leakage rates图6 不同泄漏量下压力系数  $C_p$  的径向分布Fig.6 Pressure coefficient ( $C_p$ ) vs radius for various leakage rates

### 3.3 结果分析及试验验证

从图5可以看出, 当  $Re=1.979 \times 10^6$  时, 泄漏量  $q_v$  越大, 所对应的核心区流体旋转圆周速度与叶轮旋转圆周速度的比值  $k$  在靠近轴的地方就越大, 而在叶轮外沿, 则同其他泄漏量一样, 逐渐地趋于一定值。泄漏量越大, 该定值就越小, 反之亦然。由图可知, 该定值为 0.46~0.5。从图中还可以看出, 比值  $k$  的分布与  $k=0.5$  的经验假设存在较大差异。

从图6中可以看出, 当  $Re=1.979 \times 10^6$  时, 在靠近轴的较小范围内, 泄漏量  $q_v$  较大时, 压力系数  $C_p$  的径向分布就较低。在介于轴与叶轮外沿的较大范围内,  $q_v$  较大时,  $C_p$  的径向分布就较高。而在靠近叶轮外沿处,  $C_p$  之间的差值则很小。从图中还可以看出,  $C_p$  沿径向的分布规律与经验假设的分布存在明显的差异。

某泵在设计工况下, 试验获得的流量系数  $C_q=3.38 \times 10^{-3}$ , 计算得出的流量系数  $C_q=3.13 \times 10^{-3}$ , 误差为 7.4%。可见, 用上述方法计算出的泄漏量误差小于 10%, 具有较高的计算精度, 可以满足工程计算需要。

## 4 结论

要定量计算离心泵的泄漏量、轴向力及容积效率等, 只有通过求解叶轮盖板侧泵腔中流动的 N-S 方程, 才能得出精确的结果。在利用动量矩

定理推导式 (6) 的过程中, 未考虑泵腔轴向长度及形状等对速度分布的影响, 给出的计算方法只是初步反映了泵腔中速度及压力分布随泄漏量变化的情况, 从这种意义上讲, 文中所得到的解还很不够。但是其毕竟可使泄漏量及轴向力等的计算不再受假设泵腔流体旋转角速度为叶轮旋转角速度的 1/2 的束缚, 更加接近实际情况。计算结果表明, 该计算方法具有较高的计算精度, 为研究离心泵的泄漏量及轴向力等提供了较符合实际的求解途径。

参考文献:

[1] 查森. 叶片泵原理及水力设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.

[2] Pfleiderer C. 叶片泵与透平压缩机[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.

[3] 严俊峰, 陈炜. 基于遗传算法的低比转速高速泵优化设计[J]. 火箭推进, 2006, 32(3): 1-7.

[4] 李金平. 离心泵泵腔-口环间流场的研究[D]. 兰州: 甘肃工业大学, 2002.

(编辑: 马 杰)

(上接第 5 页)

参考文献:

[1] 陈红霞 译. 宇宙神Ⅲ-洛克希德·马丁公司下一代运载系统[J]. 火箭推进, 2001, 27(2): 50-52.

[2] 杜大华 译. 21 世纪的推进动力-RS-68 [J]. 火箭推进, 2003, (5): 38-42.

[3] Wood B K. RS-68: what and how[R]. AIAA 1998-3208.

[4] Shadoan M D, Sparks D L. Low-cost approach to the design and fabrication of a LOX/RP-1 injector [R]. AIAA

2000-3400.

[5] Dumbacher Daniel L. NASA. crew and cargo launch vehicle development approach builds on lessons from past and present missions[R]. AIAA 2006-5549.

[6] 邵德生 译. 重复使用阿金纳推进系统 [J]. 火箭推进, 1978, 4(2): 1-22.

[7] 李斌, 谭永华. 液氧/煤油富氧补燃循环发动机 [J]. 火箭推进, 2003, 29(2): 1-6.

(编辑: 马 杰)