

固体火箭发动机总体优化设计

王 鹏, 李旭昌, 徐颖军

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 西安 713800)

摘 要: 通过遗传算法与惩罚函数相结合对固体火箭发动机总体进行优化设计, 令体积比冲 I_v 为目标函数, 并采用交叉概率和变异概率的自适应调整性, 有效地加快了搜索。用此方法对算例发动机各参数和目标函数优化, 避免了设计变量之间较为复杂的相互关系, 得到固体火箭发动机体积比冲的全局最优解, 提高了整体性能。

关键词: 固体火箭发动机; 遗传算法; 惩罚函数

中图分类号: V435

文献标识码: A

文章编号: (2007) 04-0016-04

The optimal design of solid rocket motors

Wang Peng, Li Xuchang, Xu Yingjun

(Missile Institute of Air Force Engineering University, Xi'an 713800, China)

Abstract: Genetic algorithm and penalty function was used in performance optimal design of solid rocket motor with I_v as the target function, and the self-adaptive adjustment of cross-over probability and mutation probability were also used. The method increases convergence speed and improves precision effectively. It is also very useful for the optimizing of each parameter and target function by avoiding the complex relationship of the parameters.

Key words: solid rocket motor; genetic algorithm; penalty function

1 引言

火箭发动机的结构直径、发动机直径、工作压力、膨胀比、发动机壳体材料等主要设计参量选择多半是凭经验, 其设计质量的优劣, 主要取决于设计者的经验。对于小型发动机, 这种方法

是允许的, 但对于大型发动机, 探索最优化的设计方法是十分必要的。

固体火箭发动机总体的最优化设计是一个有约束的非线性规划问题。其数学描述是: 设计变量 $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 求目标函数 $f(\mathbf{X})$ 为最小或最大, 且满足约束条件:

$$g_j(\mathbf{X}) \geq 0, j=1, 2, \dots, m$$

收稿日期: 2006-11-17; 修回日期: 2006-12-30。

作者简介: 王鹏 (1982—), 男, 硕士研究生, 研究领域为航空宇航推进理论与工程。

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i=1, 2, \dots, n$$

其中 $q_j(X)$ 是约束函数; a_i 和 b_i 是设计变量 x_i 的下限。

此时, 目标函数 \min (或 \max) $f(X)=f(X^*)$ 。 X^* 已为 X 最优设计值。

传统的固体火箭发动机总体最优化方法一般计算精度低, 且收敛速度也比较慢。本文用遗传算法和惩罚函数相结合并用交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 的自适应调整, 不仅加快了搜索, 提高了收敛精度, 且明显地改善了定位精度。

2 遗传算法和惩罚函数的结合

2.1 遗传算法

遗传算法是建立在自然选择和自然遗传学机理基础上的迭代自适应概率性搜索算法。图1表示了遗传算法的执行过程。

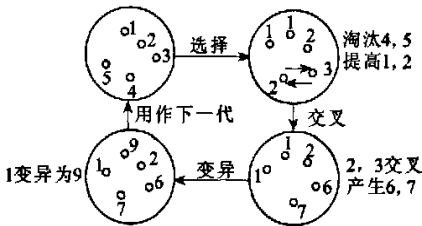


图1 遗传算法的执行过程

Fig.1 Process of genetic algorithm

2.2 交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 的自适应调整

交叉操作是遗传算法产生新个体的主要方式, 它主要对群体内现有的信息进行重组以发现与环境更为适应的个体; 变异操作是产生新个体的辅助方式, 它给群体带来新的遗传基因以恢复由于选择算子的作用而失去的个体多样性。交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 取值过大虽能产生较多的新个体, 但也有可能破坏掉已有的较好模式; 取值过小, 产生新个体的速率又可能太慢。因此交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 都是根据进化代数自适应调整, 其公式为

$$P_c = 0.9 - 0.3 t/T$$

$$P_m = 0.2 - 0.19 t/T$$

式中, t 为当前的进化代数; T 为总的进化代数。实践表明, 采用了交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 的自适应调整明显地提高了算法的精度。

2.3 遗传算法和惩罚函数相结合处理约束优化问题

约束优化问题的传统解法包括随机试验法、随机方向法等弱搜索方法以及拉格朗日乘子法、惩罚函数法等强搜索方法, 而遗传算法则是弱搜索方法与强搜索方法的折衷。

弱搜索方法是利用计算机产生的伪随机数随机抽样进行搜索。例如: 随机试验法是利用伪随机数, 从设计方案集合中分批抽样, 对于每一批的每一个方案, 不满足约束条件的重抽, 满足约束条件则求出目标函数值并排序 (从小到大); 然后取前几个方案再抽样, 直到前几个方案的目标函数值稳定时则认为收敛。弱搜索方法的搜索效率低下, 遗传算法优于弱搜索方法在于利用遗传算子能启发式地自适应搜索到全局最优点的较小区域。因此, 将弱搜索方法与遗传算法结合意义不大, 而强搜索方法则是利用梯度等确定性信息引导搜索, 其优点是搜索效率高, 缺点是容易陷入局部解。遗传算法优于强搜索方法正是在于不偏向于局部最优解。因此, 将遗传算法与强搜索方法相结合求解约束优化问题是比较有优势的。

利用惩罚函数法求解约束优化问题, 尽管也是首先通过构造惩罚函数将原问题转化为无约束优化问题, 但是, 由于约束条件构成的惩罚项相乘的乘法因子是个已知的值, 即优化变量的数量较原问题并没有增加, 避免了拉格朗日乘子法与遗传算法结合的局限性。因此, 将遗传算法与惩罚函数法相结合求解约束优化问题是可行的。

利用遗传算法解约束问题时, 一般惩罚函数可以取定值, 也可以取可变值, 本文中取动态的惩罚函数解约束问题, 其具体步骤如下:

(1) 对上述发动机优化数学描述如 $\min f(X)$ 构造如下所示的惩罚函数, 将原问题转化为无约束优化问题

$$\Phi(X, M^k) = f(X) + M^k \sum_{n=1}^m \{\max\{q_n(X), 0\}\}^2$$

式中, M^k 为惩罚因子, 且 $0 < M^1 < M^2 < \dots < M^k < M^{k+1} < \dots$

…取初始惩罚因子 $M^k=1$; 给定搜索精度 ε_1 、 ε_2 。

(2) 初始化种群及繁殖概率、交叉概率、变异概率、进化代数。

(3) 计算每一个个体的适应度: 适应度函数采用如下计算公式:

$$f(b)=2-p_s+2 \times (p_s-1) \times \frac{(b-1)}{(N_i-1)}$$

式中, N_i 为种群的大小; b 为根据目标函数的大小所确定的个体在种群中的位置, 如目标函数值最大的个体, 其 $b=1$; 反之, 如目标函数值最小的个体, 其 $b=N_i$; p_s 为选择压力, $1 \leq p_s \leq 2$ 。一般取 $p_s=1.7$ 。获取最优个体 $X^*(M^k)$, 计算 $Q=\max\{g[X^*(M^k)]\}$ 。

(4) 若 $M^k Q \leq \varepsilon_1$ (ε_1 是给定的判定值), 则输出最优解, 否则转下一步。

(5) 若 $\|X^* M^{(k-1)} - X^*(M^k)\| \leq \varepsilon_2$ (ε_2 是给定的判定值), 则输出最优解, 否则令 $M^k C = M^{(k-1)}$ 转下一步, 一般取 $C=10$ 。

(6) 选择操作: 将种群中的个体按适应度由大到小排序, 然后根据单个个体所对应的适应度确定其繁殖后在交配池中所占的比例

$$p[\text{选中 } b_i] = \frac{f(b_i)}{\sum_{i=1}^n f(b_i)} \cdot n$$

(7) 交叉操作和遗传操作作用前文所述的自适应调整概率。

(8) 种群中达到适应度最高的个体对应的目标值就是全局最优解。

3 固体火箭发动机总体设计的优化

3.1 设计变量

在固体火箭发动机总体的最优化设计中, 把对发动机性能 and 设计质量影响最大的、且可以进行选择的一些设计变量和设计项目作为设计变量。例如, 工作时间 t_w 、工作压力 p_c 、膨胀比 ε_A 、燃速 r 、体积装填系数 η_v 等等。

针对本文的总体优化设计, 选取以下变量为设计变量:

- a. 喷管喉部直径 d_t ;
- b. 工作压力 p_c ;
- c. 膨胀比 ε_A ;
- d. 燃速 r ;
- e. 工作时间 t_w ;
- f. 体积装填系数 η_v 。

3.2 目标函数

本文针对发动机总体设计, 选取体积比冲 I_v 为目标函数。即对于有效载荷, 使体积比冲 I_v 最大, 也是使 $-I_v$ 最小。

3.3 数学模型

在发动机总体设计中, 目标函数是一个复杂、非线性、难以用一个明确的解析式表达的函数。本文主要通过 I_v 、发动机质量 m_m 、推进剂质量 m_p 等与设计变量相联系。

$$I_v = \frac{I}{V} = \frac{I_{sp} m_p g}{K_v V_c} = \frac{\eta_v}{K_v} I_{sp} \rho_p g$$

而

$$I_{sp} = \eta_{sp} I_{sp0} = \eta_c \eta_{cl} I_{sp0}$$

$$I_{sp0} = f_1(\text{配方}, p_c, \varepsilon_A, p_a)$$

$$\eta_c = f_2(\text{配方}, r)$$

$$\eta_{cl} = f_3(\text{喷管结构}, \text{配方}, p_c, \varepsilon_A, \varepsilon_b, A_t, L^*, t, L_{mb}/L_c)$$

$$A_t = \frac{\pi}{4} d_t^2$$

$$L^* = \left(\frac{1 - \eta_v}{\eta_v} \right) \frac{m_p}{\rho_p} \frac{1}{A_t}$$

式中, I 为总冲; V 为发动机体积; V_c 为燃烧室体积; ρ_p 为推进剂密度; g 为重力加速度; I_{sp} 为比冲; η_{sp} 为比冲效率; I_{sp0} 为理论比冲; p_a 为大气压力; η_c 为燃烧室效率; η_{cl} 为喷管效率; ε_b 为喷管收缩比; L_{mb} 为喷管潜入长度; A_t 为喷管喉部面积; L_c 为发动机内部长度; L^* 为燃烧室特征长度; K_v 为体积系数, 与发动机结构有关, 对深潜入式喷管发动机取 1。式中带下划线的为设计已知量。

3.4 约束条件

固体火箭发动机总体设计中包括有几何约

束、性能约束、结构强度等的约束, 而其界限约束条件要求每个设计变量都要在一定的允许变化范围内优选, 即有如下约束形式

$$a_i \leq X_i \leq b_i$$

其中, a_i 和 b_i 分别是所对应的设计变量的上限和下限。

4 算例

计算中取发动机质量为 8000kg, 采用 HTPB/AP/Al 推进剂, ρ_p 为 1.77g/cm³, 且用深潜入式喷

管。

群体规模的确定受遗传操作的影响较大, 根据模式定理及固体发动机优化的实际问题, 取群体规模为 100, 进化代数 2000。变量的取值范围 $d_i \in [15, 18]$; $p_c \in [7, 11]$; $e_A \in [8, 17]$; $r \in [9, 11]$; $t_s \in [3, 8]$; $\eta_V \in [0.75, 1]$ 。

采用遗传算法和惩罚函数对个体火箭发动机寻优计算, 其优化结果如表1 所示。

在进化代数为 600 左右时, 算法就已经基本收敛, 且各设计变量和目标函数均随进化代数的增加逼近最优值。

表 1 遗传算法和惩罚函数寻优计算优化结果

Tab.1 Optimal results of genetic algorithm and penalty function

设计变量	p_c/MPa	e_A	d_i/cm	$r/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	t_s/s	η_V	$I/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3})$
常规优化方法	9	11.7	15.86	11	4	0.85	3834.2
遗传算法和惩罚函数优化	10	12.6333	16.9993	10.2	4.7276	0.9	4099.7691

从计算结果可以看出, 采用遗传算法与惩罚函数相结合的方法处理固体火箭发动机的优化设计问题加快了搜索, 提高了收敛精度。充分利用两者结合全局寻优的能力, 避免了设计变量之间较为复杂的相互关系, 得到固体火箭发动机体积比冲的全局最优解, 提高了整体性能。

5 结论

固体火箭发动机的优化设计模型是在大量的工程设计经验和对结构等的有效分析的基础上建立的, 该模型使优化结果适用性更强。用遗传算法与惩罚函数相结合, 并用交叉和变异概率的自

适应调整得到发动机设计变量的全局最优, 提高了发动机的性能。

参考文献:

[1] 吕波, 吴鹿鸣, 潘亚嘉. 遗传算法与惩罚函数法相结合在约束优化问题中的应用[J]. 机械科学技术, 1999, 18(5):732-734.
[2] 张庆雅, 汪亮, 孙东. 遗传算法在固体发动机结构可靠性计算中的应用[J]. 固体火箭技术, 2001, 25(2):13-17.
[3] 何力, 王琴芳. 惩罚函数法在发动机性能计算中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 33(4):338-341.

(编辑: 陈红霞)