

# 涡轮泵转子弯扭耦合振动与分岔特性研究

刘占生<sup>1</sup>, 李存生<sup>1</sup>, 黄智勇<sup>2</sup>, 宣统<sup>2</sup>

(1 哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001;

2 西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 根据实际涡轮泵转子建立质量集中的多盘转子模型, 在考虑阻尼的情形下, 推导建立不平衡转子弯扭耦合振动的动力学微分方程, 并对其进行仿真, 得到工作转速下涡轮泵转子弯扭耦合振动的特征图形; 以转速为分岔特性参数, 在不同偏心距下对涡轮泵转子的分岔特性进行研究发现, 偏心距是转子弯扭耦合振动的重要影响因素, 偏心距越大, 涡轮泵转子的弯扭耦合振动作用越明显。

**关键词:** 涡轮泵转子; 弯扭耦合; 数值仿真; 分岔

**中图分类号:** V434

**文献标识码:** A

**文章编号:** (2007) 05-0011-07

## Research of bending-torsional vibrations and bifurcation characteristic of turbopumps rotor

Liu Zhansheng<sup>1</sup>, Li Cunsheng<sup>1</sup>, Huang Zhiyong<sup>2</sup>, Xuan Tong<sup>2</sup>

(1 Energy Science and Engineering School of HIT, Harbin 150001, China;

2 Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an, 710100, China)

**Abstract:** A mass-centralized rotor model with multi-discs was established by considering the damping factor. The coupled bending and torsional vibrations differential equations of the unbalance rotor, and the coupled vibrations characteristic of the turbopumps rotor on working speed from simulation were deduced. Considering speed as the bifurcation characteristic parameter, some researches of bifurcation characteristic of the rotor under different eccentricity were performed. The results show that the eccentricity is one of the important reasons for coupled bending and torsional vibrations, the larger eccentricity was accompanied with much obvious coupled bending and torsional vibrations of the turbopumps rotor.

**Key words:** turbopumps rotor; coupled bending and torsional vibrations; numerical simulation; bifurcation

收稿日期: 2007-07-09; 修回日期: 2007-08-07。

作者简介: 刘占生 (1962—), 男, 教授, 博导, 研究领域为转子动力学、旋转机械与故障诊断。

## 1 引言

涡轮泵是液体火箭发动机的“心脏”，涡轮泵转子的振动是火箭发动机安全运行的重要影响因素<sup>[1]</sup>。以往对涡轮泵转子振动特征的研究主要是针对弯曲振动进行的<sup>[2]</sup>，而对弯扭耦合振动及其分岔特性的研究，是在考虑到涡轮泵转子弯扭耦合振动的相互影响下对其动力学特征进行研究，能够更准确地把握其振动特征，更接近转子实际的振动状态，方便涡轮泵转子的健康状态监控与故障诊断；对涡轮泵转子分岔特性的研究可以为涡轮泵转子的设计与研制提供信息。

本文根据实际涡轮泵转子建立质量集中的多盘转子模型<sup>[3]</sup>，根据模型建立具有不平衡质量的涡轮泵转子弯扭耦合振动的动力学微分方程。通过数值仿真，得到转子在工作转速下弯扭耦合振动的时域图、幅频图、轴心轨迹及庞加莱映射，并对所得图形进行分析。此外，以转速为分岔特性参数，对涡轮泵转子在不同偏心距下的分岔特性进行了初步研究。

## 2 模型与方程的建立

### 2.1 建立模型

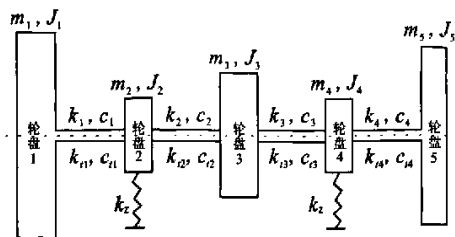
根据实际涡轮泵转子，建立了如图1(a)所示的多盘转子模型。模型由质量集中的五个轮盘组成，轮盘由不计质量的轴段连接，在轮盘2和轮盘4处设有支撑点。

图1(a)中各符号所代表的意义为： $m$ 为轮盘的质量； $J$ 为轮盘的转动惯量； $k, c$ 为转子弯曲振动的刚度和阻尼； $k_i, c_i$ 为转子扭转振动的刚度和结构阻尼； $k_z$ 为支撑刚度。

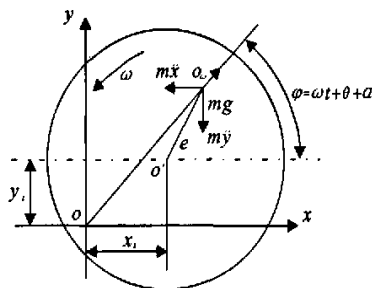
### 2.2 弯扭耦合振动方程的建立

由于涡轮泵转子的质量不平衡等作用，转子会同时产生弯曲和扭转振动。假设转子转盘的半径为 $R$ ，对转子轮盘所进行的受力分析如图1(b)所示，图中所示各符号的意义如下： $x, y$ 为弯曲振动位移； $\theta$ 为扭转振动角位移； $e$ 为轮盘偏心距； $g$ 为重力加速度； $\omega$ 为转子转动角速度；

$\alpha$ 为偏心质量初相位； $\varphi = \omega t + \theta + \alpha$ ，为转子 $t$ 时刻的转角。



(a) 涡轮泵转子模型



(b) 涡轮泵转子轮盘受力分析

图1 涡轮泵转子模型与轮盘受力分析

Fig.1 The model of the turbopumps rotor and force analysis of the disc

由图1(b)可知，转子的质心坐标 $o_w$ 与形心坐标 $o'$ 有如下关系：

$$\begin{cases} x_w = x_i + e \cos \varphi \\ y_w = y_i + e \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

假设转子是各向同性的，根据质心运动定理和动量矩定理，推导建立具有不平衡质量的涡轮泵转子弯扭耦合振动的动力学微分方程。为分析方便，将方程进行无量纲处理后得到如下结果：

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = \\ E_1 \left[ (1 + \dot{\theta}_1)^2 \cos \varphi_1 + \ddot{\theta}_1 \sin \varphi_1 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + K_1(y_1 - y_2) + C_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) = \\ E_1 \left[ (1 + \dot{\theta}_1)^2 \sin \varphi_1 + \ddot{\theta}_1 \cos \varphi_1 \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{2}h_1^2+E_1^2\right)\ddot{\theta}_1+C_{11}(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)+K_{11}(\theta_1-\theta_2)=$$

$$E_1\left[\ddot{x}_1\sin\varphi_1-(\ddot{y}_1+\sigma)\cos\varphi_1\right] \quad (4)$$

$$\ddot{x}_2+K_2(2x_2-x_1-x_3)+C_2(2\dot{x}_2-\dot{x}_1-\dot{x}_3)+K_{21}x_2=$$

$$E_2\left[(1+\dot{\theta}_2)^2\cos\varphi_2-\ddot{\theta}_2\sin\varphi_2\right] \quad (5)$$

$$\ddot{y}_2+K_2(2y_2-y_1-y_3)+C_2(2\dot{y}_2-\dot{y}_1-\dot{y}_3)+K_{21}y_2=$$

$$E_2\left[(1+\dot{\theta}_2)^2\sin\varphi_2-\ddot{\theta}_2\cos\varphi_2\right]-\sigma \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2}h_2^2+E_2^2\right)\ddot{\theta}_2+C_{12}(2\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_3)+K_{12}(2\theta_2-\theta_1-\theta_3)=$$

$$E_2\left[\ddot{x}_2\sin\varphi_2-(\ddot{y}_2+\sigma)\cos\varphi_2\right] \quad (7)$$

$$\ddot{x}_3+K_3(2x_3-x_2-x_4)+C_3(2\dot{x}_3-\dot{x}_2-\dot{x}_4)=$$

$$E_3\left[(1+\dot{\theta}_3)^2\cos\varphi_3+\ddot{\theta}_3\sin\varphi_3\right] \quad (8)$$

$$\ddot{y}_3+K_3(2y_3-y_2-y_4)+C_3(2\dot{y}_3-\dot{y}_2-\dot{y}_4)=$$

$$E_3\left[(1+\dot{\theta}_3)^2\sin\varphi_3-\ddot{\theta}_3\cos\varphi_3\right]-\sigma \quad (9)$$

$$\left(\frac{1}{2}h_3^2+E_3^2\right)\ddot{\theta}_3+C_{13}(2\dot{\theta}_3-\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_4)+K_{13}(2\theta_3-\theta_2-\theta_4)=$$

$$E_3\left[\ddot{x}_3\sin\varphi_3-(\ddot{y}_3+\sigma)\cos\varphi_3\right] \quad (10)$$

$$\ddot{x}_4+K_4(2x_4-x_3-x_5)+C_4(2\dot{x}_4-\dot{x}_3-\dot{x}_5)+K_{42}x_4=$$

$$E_4\left[(1+\dot{\theta}_4)^2\cos\varphi_4-\ddot{\theta}_4\sin\varphi_4\right] \quad (11)$$

$$\ddot{y}_4+K_4(2y_4-y_3-y_5)+C_4(2\dot{y}_4-\dot{y}_3-\dot{y}_5)+K_{42}y_4=$$

$$E_4\left[(1+\dot{\theta}_4)^2\sin\varphi_4-\ddot{\theta}_4\cos\varphi_4\right]-\sigma \quad (12)$$

$$\left(\frac{1}{2}h_4^2+E_4^2\right)\ddot{\theta}_4+C_{14}(2\dot{\theta}_4-\dot{\theta}_3-\dot{\theta}_5)+K_{14}(2\theta_4-\theta_3-\theta_5)=$$

$$E_4\left[\ddot{x}_4\sin\varphi_4-(\ddot{y}_4+\sigma)\cos\varphi_4\right] \quad (13)$$

$$\ddot{x}_5+K_5(x_5-x_4)+C_5(\dot{x}_5-\dot{x}_4)=$$

$$E_5\left[(1+\dot{\theta}_5)^2\cos\varphi_5+\ddot{\theta}_5\sin\varphi_5\right] \quad (14)$$

$$\ddot{y}_5+K_5(y_5-y_4)+C_5(\dot{y}_5-\dot{y}_4)=$$

$$E_5\left[(1+\dot{\theta}_5)^2\sin\varphi_5-\ddot{\theta}_5\cos\varphi_5\right]-\sigma \quad (15)$$

$$\left(\frac{1}{2}h_5^2+E_5^2\right)\ddot{\theta}_5+C_{15}(\dot{\theta}_5-\dot{\theta}_4)+K_{15}(\theta_5-\theta_4)=$$

$$E_5\left[\ddot{x}_5\sin\varphi_5-(\ddot{y}_5+\sigma)\cos\varphi_5\right] \quad (16)$$

其中,  $E=\frac{e}{d}$ ,  $h=\frac{R}{d}$ ,  $K=\frac{k}{m\omega}$ ,  $K_i=\frac{k_i}{m\omega^2d^2}$ ,

$K_i'=\frac{k_i}{m\omega^2}$ ,  $C=\frac{c}{m\omega}$ ,  $C_i=\frac{c_i}{m\omega d^2}$ ,  $\sigma=\frac{g}{\omega^2d}$ ,  $d$  为单  
位长度。

### 3 涡轮泵转子动力学特性研究

涡轮泵转子的弯扭耦合振动具有复杂的动力学特征, 本文利用数值积分方法对工作转速下涡轮泵转子振动的动力学特征进行仿真, 得到能够反映转子工作状态下振动特征的时域图、幅频图、轴心轨迹及庞加莱映射, 并对所得图形进行了初步分析。同时以转速为分岔参数, 在不同的偏心距下对涡轮泵转子的分岔特性进行了初步研究。

#### 3.1 数值仿真与结果分析

根据实际涡轮泵转子选择动力学特性参数, 对在工作转速下的涡轮泵转子弯扭耦合振动的动力学特征进行数值仿真, 得到转子弯扭耦合振动的特征图形, 现对图中(图 2~图 4)符号说明如下:  $\tau$  为无量纲时间;  $x, y$  和  $x', y'$  分别为转子弯曲振动的位移和速度,  $\theta$  和  $\theta'$  分别为扭转振动的角位移和角速度; 数字为转子模型中轮盘的序号;  $\omega=1.8\text{krad/s}$  为工作转速。

根据模型, 选择能够代表涡轮泵转子振动特征的轮盘 1、轮盘 2 和轮盘 3 在工作转速下振动的时域波形如图 2 所示。由图 2 中 (a)~(c) 所示的弯曲振动时域图可知, 涡轮泵转子总体的振动趋势是稳定的, 但由于弯扭耦合振动的相互作用, 弯曲振动受到扭转作用的影响, 加之转子各轮盘之间的相互影响, 使转子的弯曲振动表现出

多种复杂的频率成分；此外，由于转子在轮盘 2 和 4 处有支撑作用，轮盘 3 位于二者之间，因而

它们的振动位移要比悬在两端的轮盘 1 和轮盘 5 的振动位移小。

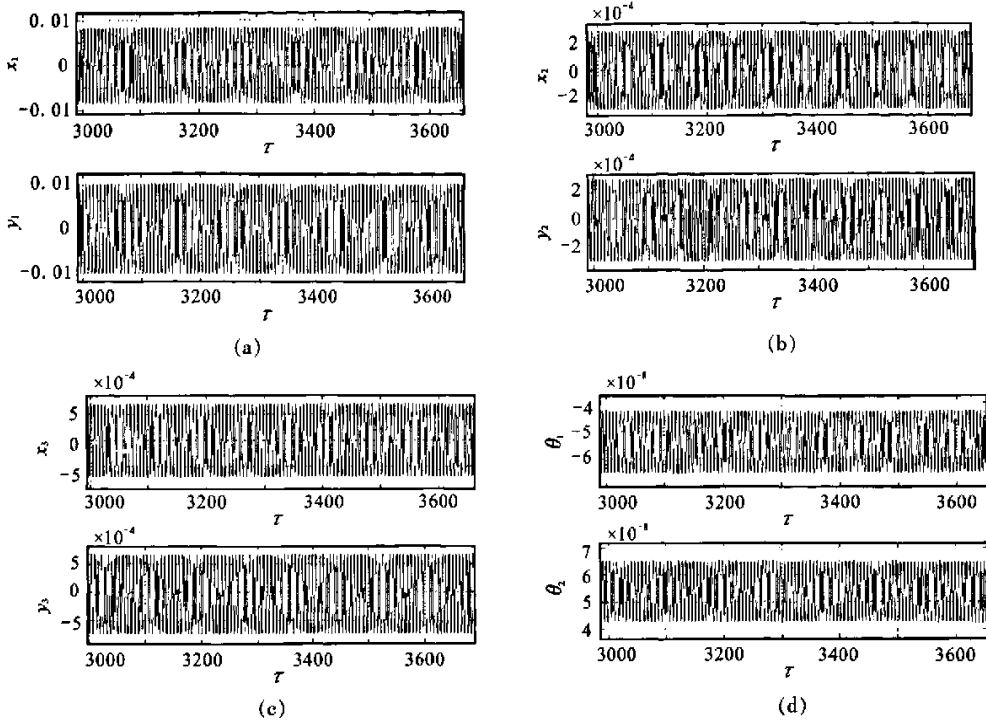


图 2 涡轮泵转子振动时域图

Fig.2 Relationship of time and swing about vibration of the turbopumps rotor

由图 2 中 (d) 所示的涡轮泵转子扭转振动时域图可以看到，由于弯扭耦合振动的相互影响，转子的扭转振动同样存在多个复杂的频率成分，但总的振动趋势是相对稳定的；支撑对涡轮泵转子的扭转振动位移的影响较小；与弯曲振动相比，转子扭转振动的角位移较小，但由本文通过仿真所得的结果可知，随着涡轮泵转子弯扭耦合作用的增强所产生的低频成分，在一定的条件下有对转子的稳定性产生破坏作用的可能。

转子各轮盘的轴心轨迹如图 3 所示，由此可以看到涡轮泵转子在工作转速下的振动是相对平稳的；由于转子轮盘 2 和轮盘 4 处支撑的作用，其振动位移要较其余轮盘小。

由图 4 可知：转子弯曲振动和扭转振动的庞加莱映射都是封闭的曲线，即转子在工作转速下

的运动为概周期运动，有潜在的动力不稳定因素存在。

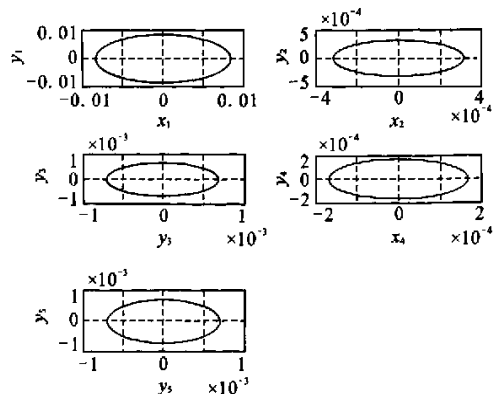
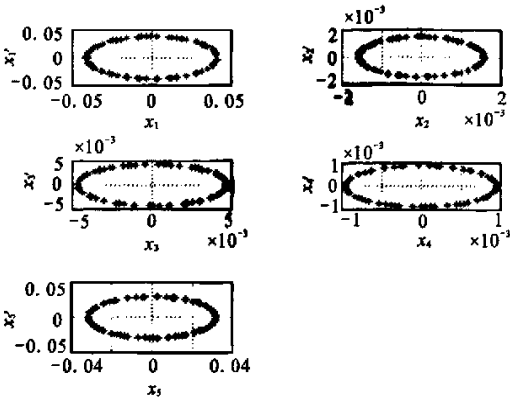


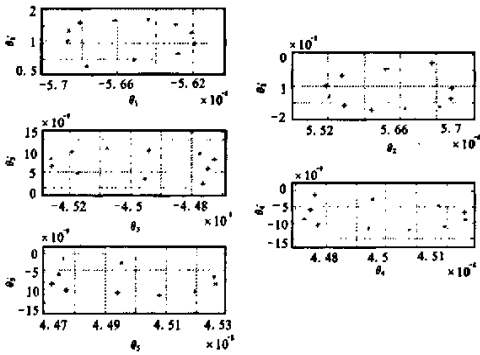
图 3 涡轮泵转子轴心轨迹图

Fig.3 Axes traces of the turbopumps rotor

涡轮泵转子弯曲振动与扭转振动分别对应其本身的固有频率,通过数值仿真,得到如图 5 所示的涡轮泵转子弯扭耦合振动的幅频特征曲线。由图可知,转子弯曲振动的一阶固有频率为 2.2krad/s,约为 22krpm;转子扭转振动的一阶固有频率为 4.4krad/s,约为 44krpm。



(a) 弯曲振动庞加莱映射



(b) 扭转振动庞加莱映射

图 4 涡轮泵转子弯曲、扭转振动庞加莱映射

Fig.4 Bending and torsional vibrations Poincare mapping of the turbopumps rotor

因为涡轮泵转子弯曲振动的位移比扭转振动的位移大,所以转子的转速在其弯曲振动的一阶固有频率时的峰值要比扭转振动在其一阶固有频率时的峰值大;由于弯扭耦合振动的相互作用,涡轮泵转子弯曲振动与扭转振动的幅值也会相互影响。

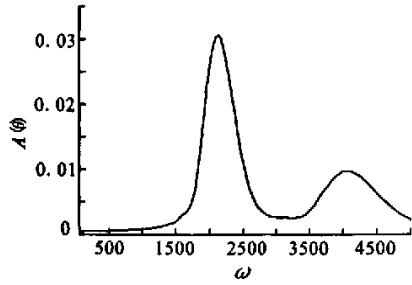


图 5 涡轮泵转子弯扭耦合振动幅频图

Fig.5 Bending and torsional vibrations frequency of the turbopumps rotor

### 3.2 涡轮泵转子分岔特性研究

动力学系统通常都有参数的存在,这些参数是用来实现要求、达到目的调节源。如果随着某个参数的变化,原动力学方程式的右端项线性部分出现非双曲平衡点,即出现实部为零的特征值,那么系统的形态一般来说都有本质的改变,例如出现新的平衡点、周期解或者未知的任何本质性的变化,就可以称之为分岔。

对于确定的动力系统,分岔是指系统的某个参数在变化过程中动力系统的动态行为发生质的改变,特别是动力系统的平衡状态发生稳定性改变或者方程的解出现轨道分枝。而分岔现象的发生总是伴随着系统的动态失稳,可能造成系统稳定性的破坏,甚至影响液体火箭发动机的安全运行。

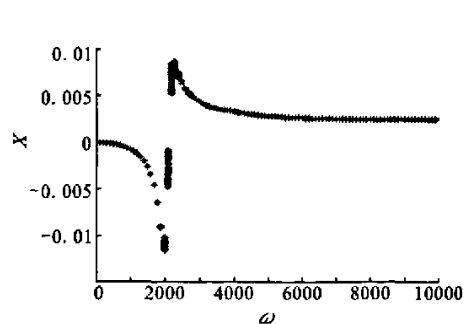
本文以涡轮泵转子转动的角速度  $\omega$  为分岔特性参数,在不同的偏心距下对涡轮泵转子的分岔特性进行研究。

涡轮泵转子在偏心距为 0.005cm 时的分岔特征曲线如图 6 中 (a) 和 (b) 所示。由图可知,涡轮泵转子的弯曲振动与扭转振动在转速为 10rad/s~8krad/s 时始终保持同步,并在各自的固有频率下发生共振。因此,在偏心距较小的情况下,转子的弯曲振动与扭转振动的相互耦合作用较小,弯扭耦合振动作用并不明显。

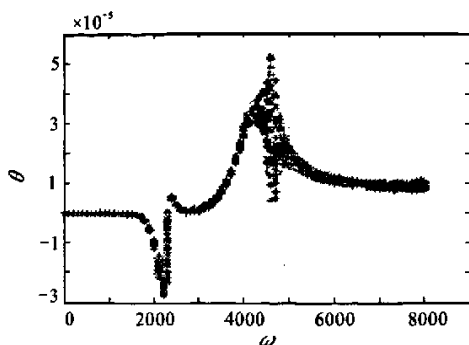
为进一步研究偏心距对转子弯扭耦合振动作用的影响,增大转子的偏心距至 0.05cm 时所得转子振动分岔特性曲线如图 6 中 (c) 和 (d) 所示。由图可知,弯曲振动与扭转振动分别经历了

同步周期运动-概周期运动-同步周期运动。当转子转速为  $1.5\sim 6\text{krad/s}$  时出现弯扭耦合共振, 弯曲振动的频率成分包括与转速相同的频率成分、

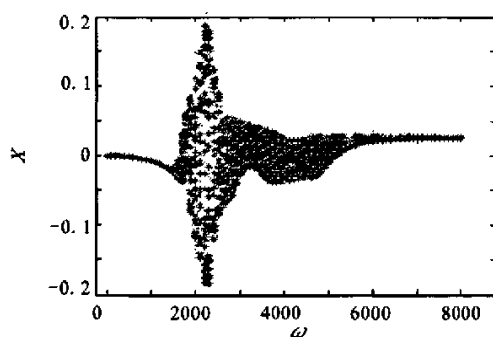
转速与弯曲振动固有频率之差的频率成分以及转速与弯曲振动固有频率之和的频率成分; 扭转振动频率成分包括 0 频及扭转振动固有频率成分。



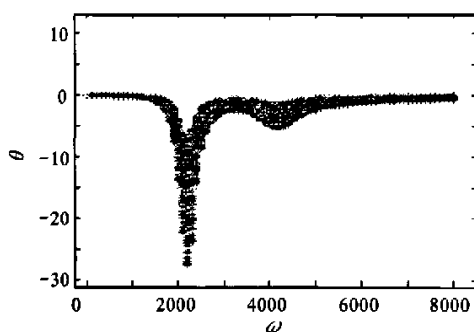
(a) 偏心距  $e=0.005\text{cm}$  时弯曲振动分岔图



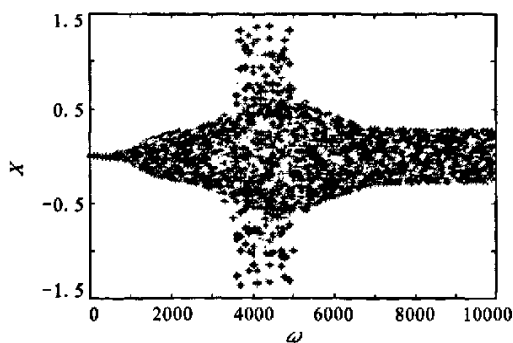
(b) 偏心距  $e=0.005\text{cm}$  时扭转振动分岔图



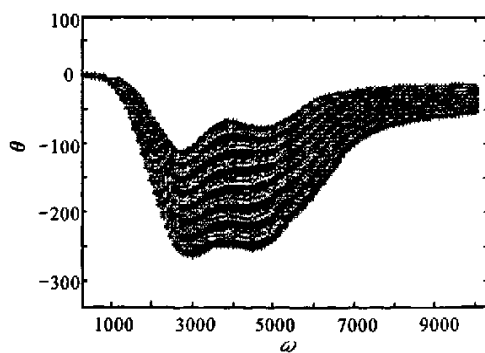
(c) 偏心距  $e=0.05\text{cm}$  时弯曲振动分岔图



(d) 偏心距  $e=0.05\text{cm}$  时扭转振动分岔图



(e) 偏心距  $e=0.5\text{cm}$  时弯曲振动分岔图



(f) 偏心距  $e=0.5\text{cm}$  时扭转振动分岔图

图6 涡轮泵转子分岔图

Fig.6 Bifurcation characteristics of the turbopumps rotor

继续增大涡轮泵转子偏心距对其分岔特征进行研究。由图6中(e)和(f)所示的偏心距为0.5cm时涡轮泵转子的分岔图可知,当转子的转速为0~1krad/s时,转子的弯曲振动与扭转振动保持同步,其耦合振动作用并不明显;当转子的转速为1~10krad/s甚至更高时,涡轮泵转子发生剧烈振动,产生弯扭耦合共振现象。在速度变化的过程中,涡轮泵转子经历了同步周期运动-概周期运动,并有进入混沌状态的可能。由于涡轮泵转子的工作转速在弯扭耦合共振区内,所以如果转子在此种状态下工作,其稳定性将受到严重的影响甚至遭到破坏。

## 4 结论

本文根据实际涡轮泵转子建立模型,通过对其进行弯扭耦合振动动力学特征的数值仿真与分岔特征研究得到如下结论:涡轮泵转子的弯扭耦合振动相互影响,表现出多个复杂的频率成分;

涡轮泵转子在工作转速下的运动为概周期运动,有潜在的动力不稳定因素存在;偏心距是涡轮泵转子弯扭耦合振动的重要因素,偏心距越大,转子的弯扭耦合振动越明显;支撑对涡轮泵转子的振动有一定的抑制作用;涡轮泵转子在工作转速下的振动趋势是平稳的,即转子工作在一阶临界转速之下。

## 参考文献:

- [1] 雷世东,袁小阳,朱均,等.火箭发动机涡轮泵转子系统的动力学设计[J].振动工程学报.2004,17:190-191.
- [2] 郑继坤,吴建军.氢氧火箭发动机高速氧涡轮泵转子动力学特性研究[J].导弹与航天运载技术.2005,(5):278-280.
- [3] 钟一涛,何衍宗,王正,等.转子动力学[M].北京:清华大学出版社,1984.

(编辑:王建喜)

(上接第5页)

## 4 结束语

动力系统中具有应用价值的凝胶推进剂体系应是Bingham流体或者有屈服点的剪切变稀型非牛顿流体。研究凝胶推进剂在管路中流动问题,首先需要判定凝胶推进剂的类型,并确定其本构方程;其次,在于获得本构方程的相关物性参数( $k$ 、 $n$ 等)。对于实际推进剂,最好应用较高剪切速率测量范围(大于 $5000s^{-1}$ )的流变仪或者通过管路实验,并确保测量范围已经进入到第二或者第三流动区。

凝胶推进剂模拟液管路实验提供了诸多相关的流变和流动信息,也提出了更多的问题。如何利用管路实验呈现出的凝胶推进剂的流动特性?如何准确确定凝胶推进剂的特性?更重要的是如何“生成”需要的“静凝、动不胶和易管理”的凝胶推进剂?

## 参考文献:

- [1] 沈仲堂,刘鹤年.非牛顿流体力学及其应用[M].北京:高等教育出版社,1989.
- [2] Natan Benveniste, Rahimi Shai. The status of gel propellants in year 2000 [A]. Combustion of Energetic Materials [C].2001,172-194.
- [3] Rahimi Shai, Hasan Dov, Peretz Arie, et al. Preparation and characterization of gel propellants and simulants[R]. AIAA 2001-3264.
- [4] 符全军,林宗罡.UDMH/NTO双组元凝胶推进剂的制备及其性能研究[J].火箭推进,2006,(1):48-53.
- [5] 刘凯强,屈育龙.小分子有机胶凝剂和凝胶推进剂的研究进展[J].火炸药学报,2006,26(4):23-26.
- [6] 杨伟东,张蒙正.凝胶推进剂模拟液直圆管流动特性初步研究[J].火箭推进,2006,32(3):12-18.
- [7] 左博,张蒙正.凝胶推进剂直圆管中剪切速率与表观粘性试验研究[J].火箭推进,2007,33(4):12-15.

(编辑:马杰)