

# 固体火箭发动机多层结构壳体的 导波频散特性分析

艾春安, 高利荣, 吴安法  
(第二炮兵工程学院, 西安, 710025)

**摘 要:** 应用全局矩阵法, 推导了多层结构壳体的导波频散方程, 并分别针对固体火箭发动机四种不同层数的壳体导波频散曲线进行了求解, 发现当结构层数和第一层厚度增加时, 各模式曲线的间隔缩小, 曲线数目增加, 并有向零频方向靠拢的趋势。同时研究了粘接质量变化对频散特征的影响, 随着胶层质量相对变差, 频散曲线总体向左漂移。

**关键词:** 固体火箭发动机; 多层结构; 导波; 频散曲线

**中图分类号:** V435

**文献标识码:** A

**文章编号:** (2008) 05-0016-06

## Analysis of dispersive characteristics of guided waves for multi-layered structure of solid rocket motor shell

Ai Chun'an, Gao Lirong, Wu Anfa  
(The Second Artillery Engineering College, Xi'an, 710025, China)

**Abstract:** It is an efficient method to detect multi-layered structure of solid rocket motor by guided wave. This paper made use of global matrix method, inferred the dispersion equation of multi-layered structure shell. The dispersion curve of four different layer's quantity of shell structures are computed. It shows that with the increase of layer's quantity and the first layer's thickness, the distance between different model curve will decrease, the curve's quantity will increase, the curves are totally close to zero frequency. This paper also studied the influence of glue layer's quality on dispersion curve. It is found that the curves shift to left when the glue layer goes to bad.

**Key words:** solid rocket motor; multi-layered structure; guided waves; dispersion curve

收稿日期: 2008-07-17; 修回日期: 2008-08-04。

作者简介: 艾春安 (1964—), 男, 教授, 博导, 研究领域为无损检测技术。

## 0 引言

固体火箭发动机的壳体结构多为层状粘接结构,在其内部经常会出现孔隙、夹杂、分层、脱粘、强度弱化等缺陷,因此,对发动机壳体质量的检测对于保证其有效性和可靠性具有重大意义。超声导波是由声波在介质中的不连续交接面间产生多次往复反射,并进一步产生复杂的干涉和几何弥散而形成的。它具有检测速度快,单点激励就可实现长距离检测,不需要耦合剂等优点,故利用导波对固体火箭发动机壳体进行检测是一种有效的方法,为了在实际检测中选择最优频率和模式,必须对导波的频散特性进行研究,以确定最佳检测策略。

## 1 多层结构的频散方程

频散是指导波在传播过程中,相速度随频率而变化的现象。在均匀半空间中,导波是没有频散现象的,但对层状结构而言,则是高度频散的,采用全局矩阵法推导多层结构的频散方程。第  $n$  层上所有场变量用上角标  $n$  表示,如  $u^n$  表示第  $n$  层的位移场。

对于  $N$  层结构的多层介质,如图 1 所示,每一层内的位移场应满足 Navier 位移运动方程:

$$\mu^n \nabla^2 u^n + (\lambda^n + \mu^n) \nabla (\nabla \cdot u^n) = \rho^n \frac{\partial^2 u^n}{\partial t^2} \quad (1)$$

$\rho^n$ 、 $\lambda^n$  和  $\mu^n$  分别表示第  $n$  层的密度和 Lamé 常数。

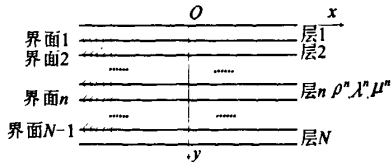


图1 多层结构模型示意图

Fig.1 Sketch of multi-layered structure model

对各层位移场利用 Helmholtz 分解将广义位移场分解为膨胀波和等容波两部分。

$$\mu^n = \nabla \phi^n + \nabla \cdot \psi^n \quad (2)$$

每一层的势函数  $\phi^n$  和  $\psi^n$  都是未知量,对于多层结构简谐波波动场,波动方程的通解形式为:

$$\begin{aligned} \phi^n &= C_1^n \exp \{ i k_L^n [x \sin(\theta_L^n) + y \cos(\theta_L^n)] \} + \\ &C_2^n \exp \{ i k_L^n [x \sin(\theta_L^n) - y \cos(\theta_L^n)] \} \\ \psi^n &= C_3^n \exp \{ i k_T^n [x \sin(\theta_T^n) + y \cos(\theta_T^n)] \} + \\ &C_4^n \exp \{ i k_T^n [x \sin(\theta_T^n) - y \cos(\theta_T^n)] \} \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $C_1^n$ 、 $C_2^n$ 、 $C_3^n$  和  $C_4^n$  是任意常数,且

$$k_L^n = \frac{\omega}{c_L^n} \quad k_T^n = \frac{\omega}{c_T^n} \quad (4)$$

式中,  $c_L^n$  和  $c_T^n$  分别表示第  $n$  层的体纵波和体横波波速。

令

$$\begin{aligned} P_L^n &= \exp \{ i k_L^n [x \sin(\theta_L^n) + y \cos(\theta_L^n)] \}, \\ q_L^n &= \exp \{ i k_L^n [x \sin(\theta_L^n) - y \cos(\theta_L^n)] \} \\ P_T^n &= \exp \{ i k_T^n [x \sin(\theta_T^n) + y \cos(\theta_T^n)] \}, \\ q_T^n &= \exp \{ i k_T^n [x \sin(\theta_T^n) - y \cos(\theta_T^n)] \} \end{aligned} \quad (5)$$

则多层结构波动方程通解为

$$\begin{aligned} \phi^n &= C_1^n p_L^n + C_2^n q_L^n \\ \psi^n &= C_3^n p_T^n + C_4^n q_T^n \end{aligned} \quad (6)$$

这样,就可以分别求出第  $n$  层的位移场和应力场,然后利用边界条件确定一个由含有  $4N$  个未知量的  $4N$  个方程所组成的齐次方程组,用矩阵形式表示如下,

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1(4N)} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2(4N)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{(4N)1} & A_{(4N)2} & \cdots & A_{(4N)(4N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^n \\ C_2^n \\ \vdots \\ C_N^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

要使公式 (6) 有解,应令矩阵  $[A]$  中的系数行列式为零,即

$$\left| A(\omega, k, \lambda^n, \mu^n, h^n) \right| = 0 \quad (8)$$

公式 (8) 即为多层结构的频散方程,对于给定

的材料参数 ( $\lambda^n, \mu^n$ ) 和几何参数 ( $h^n$ ), 该式为频率  $\omega$  和波数  $k$  的隐式方程, 对于给定频率, 有限多个实根。

2 不同层数壳体的频散曲线分析

根据以上得到的频散方程, 求解计算了固体

火箭发动机多层结构层数变化和第一层厚度变化时的频散曲线。表 1 为假定的四种不同层数的模型参数, 其中  $h_1$  表示钢层的厚度, 这里我们计算它分别为 1mm 和 4mm 时的频散曲线。本节有关频散曲线的图形当中, 实线为各阶导波模式, 虚线为对应模式的群速度, 阿拉伯数字代表第几阶模式。

表 1 不同层数的模型参数  
Tab.1 Model parameters of different layers

| 模型 |     | 纵波速度<br>/km·s <sup>-1</sup> | 横波速度<br>/km·s <sup>-1</sup> | 密度<br>/g·cm <sup>-3</sup> | 厚度<br>/mm | 瑞利波速<br>/km·s <sup>-1</sup> |
|----|-----|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|
| 1  | 钢层  | 5.950                       | 3.260                       | 7.8                       | $h_1$     | 2.910                       |
|    |     |                             |                             |                           |           |                             |
| 2  | 钢层  | 5.950                       | 3.260                       | 7.8                       | $h_1$     | 2.910                       |
|    | 绝热层 | 2.610                       | 1.200                       | 1.6                       | 2         | 1.125                       |
| 3  | 钢层  | 5.950                       | 3.260                       | 7.8                       | $h_1$     | 2.910                       |
|    | 绝热层 | 2.610                       | 1.200                       | 1.6                       | 2         | 1.125                       |
|    | 包覆层 | 1.850                       | 1.050                       | 1.7                       | 2         | 0.968                       |
|    |     |                             |                             |                           |           |                             |
| 4  | 钢层  | 5.950                       | 3.260                       | 7.8                       | $h_1$     | 2.910                       |
|    | 绝热层 | 2.610                       | 1.200                       | 1.6                       | 2         | 1.125                       |
|    | 包覆层 | 1.850                       | 1.050                       | 1.7                       | 2         | 0.968                       |
|    | 药柱  | 2.300                       | 1.150                       | 1.85                      | $\infty$  | 1.054                       |

模型 1 (图 2) 为单层钢壳体。可以看出其频散曲线有多个导波模式, 其中第 1 阶、第 2 阶模式没有截止频率, 第 1 阶模式高频区域收敛于钢层的瑞利波速 (2.91km/s), 第 2 阶模式零频趋于钢板的板波速度 (5.47km/s), 第 2 阶以上的高阶模式都存在截止频率, 在这些点, 相速度趋于无穷大, 而其高频处收敛于钢板的横波速度

(3.2km/s)。频散曲线下方的虚线表示群速度的变化情况, 从图中可看出, 除第 1 阶模式外, 各阶模式 (为了能清楚看出, 只给出前 4 阶) 的群速度小于相对应的相速度, 表现为负频散现象。当厚度增加时 (图 2b), 各导波模式曲线总体上向零频方向压缩, 导波模式之间的间隔明显变小, 导波模式数目增多, 各模式相交的趋势明显。

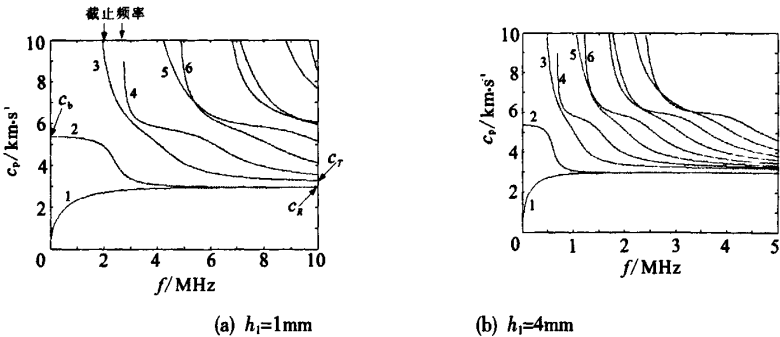


图 2 模型 1 的频散曲线  
Fig.2 Dispersion curve of Model 1

模型 2 (图 3) 为钢层/绝热层二层结构壳体。可以看出, 此时的频散曲线与单层的频散曲线有明显的区别, 其中的第 1 阶模式曲线变化剧烈, 在低频处先增后减, 高频处逐渐趋于缓和, 并收敛于第 2 层介质的瑞利波速度 (1.125km/s), 对应的群速度也先呈现正频散现象, 而后转向负频散现象; 第 2 阶模式曲线在零频处趋于钢板板波速度 (为了清楚显示低速度值曲线, 图中未给出), 在低频处速度值快速下降, 当要与第 1 阶模式曲线相交时, 出现局部拐点, 速度值又呈现上升趋势, 而后又下降, 最后速度值趋于缓和, 并在高频处收敛于第二层介质的横波速度 (1.2km/s); 2 阶以上的高阶模式曲线高频处都收敛于第 2 层介质的横波速度, 并存在截止频率。而从图 3 (b)

可以看出, 钢层厚度增加时, 频散曲线在相速度值 2.91km/s 附近相交的趋势非常明显, 在此速度值以下区域, 曲线之间间隔较有规律, 也较缓和, 在此速度值以上区域, 曲线之间间隔没有规律, 曲线斜率较大, 表现在其对应的群速度曲线变化较剧烈, 此时能量传递形式较复杂。

模型 3 (图 4) 为钢层/绝热层/包覆层三层结构壳体。可以看出, 频散曲线数目增加, 各导波模式间间隔缩小, 皆向零频方向压缩, 相对变化剧烈的第 1 阶导波模式在低频处先增后减, 高频处频散曲线趋于平缓, 群速度与相速度重叠在一起, 表现出无频散现象。而从图 4 (b) 可以看出, 钢层厚度的变化对频散曲线的影响不大。

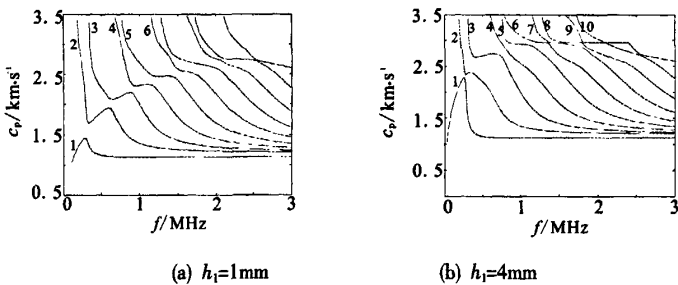


图 3 模型 2 的频散曲线  
Fig.3 Dispersion curve of Model 2

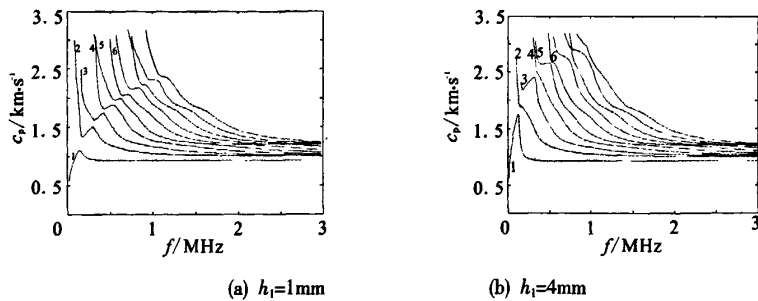


图 4 模型 3 的频散曲线  
Fig.4 Dispersion curve of Model 3

模型 4 (图 5) 为钢层/绝热层/包覆层/药柱四层结构壳体。可以看出, 频散曲线中导波模式数目相对增加 (图中只给出有限个), 曲线间间隔缩小, 高阶曲线更加集中, 各导波模式皆有速度拐点, 且随钢层厚度增加而增加, 低阶曲线变

化相对较剧烈, 高阶曲线较平缓。

通过对四种不同模型频散曲线的分析, 可以看出, 当层数和第一层厚度增加时, 模式曲线的数目也增加, 模式曲线间隔缩小, 曲线趋于集中, 靠近零频方向; 低阶曲线低频处变化明显, 表现

在对应的群速度变化剧烈，零频处有速度值，高频处收敛于底层介质的瑞利波速度值；高阶曲线相交趋势明显，高频处收敛于底层横波速度值，并存在截止频率，相速度趋于无限大。

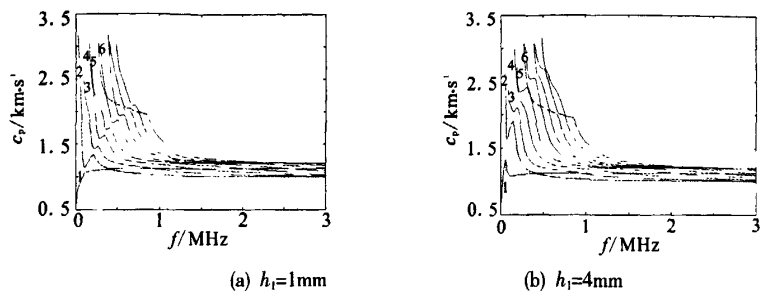


图 5 模型 4 的频散曲线  
Fig.5 Dispersion curve of Model 4

3 粘接质量变化对频散特征的影响

为了表征粘接质量强度的变化，我们将粘接层看作一个弹性固体薄层，通过弹性模量和密度来表征其不同的粘接质量，弹性模量和密度越小，表示胶层质量越差，弹性模量和密度的变化又可以通过纵横波速度的变化来体现。这样我们可以通过胶层的不同纵横波速度和密度建立三个模型，假设当胶层质量变化时，钢层和绝热层不发生变化。表 2 为三个模型的参数值，胶层厚度

取 0.1mm。  
模型 5（图 6 实线）胶层质量较好，可以看出，导波频散曲线与钢层/绝热层的频散曲线（图 3）没有太大区别，说明胶层在此厚度值范围对频散曲线没有大的影响。  
模型 6（图 6 虚线）胶层质量稍差，通过对比可以看出，模型 6 的频散曲线与模型 5 的频散曲线并不重叠，模型 6 的曲线较模型 5 整体向左漂移。  
模型 7（图 7 虚线）胶层质量较差，同样，与模型 6 的频散曲线相比，曲线也整体向左漂移。

表 2 不同粘接质量的模型参数  
Tab.2 Model parameters of different glue layer quality

| 模型 | 材料  | 纵波速度/km·s <sup>-1</sup> | 横波速度/km·s <sup>-1</sup> | 密度/g·cm <sup>-3</sup> | 厚度/mm |
|----|-----|-------------------------|-------------------------|-----------------------|-------|
| 5  | 钢层  | 5.950                   | 3.260                   | 7.8                   | 4     |
|    | 胶层  | 2.463                   | 1.173                   | 1.3                   | 0.1   |
|    | 绝热层 | 2.610                   | 1.200                   | 1.6                   | 2     |
| 6  | 钢层  | 5.950                   | 3.260                   | 7.8                   | 4     |
|    | 胶层  | 2.200                   | 0.800                   | 1.0                   | 0.1   |
|    | 绝热层 | 2.610                   | 1.200                   | 1.6                   | 2     |
| 7  | 钢层  | 5.950                   | 3.260                   | 7.8                   | 4     |
|    | 胶层  | 1.800                   | 0.600                   | 0.5                   | 0.1   |
|    | 绝热层 | 2.610                   | 1.200                   | 1.6                   | 2     |

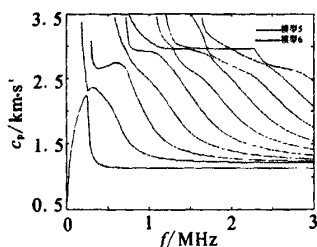


图 6 模型 5 与模型 6 频散曲线对比

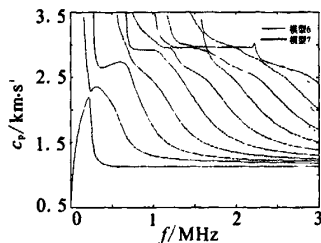
Fig.6 Dispersion curve comparison  
between Model 5 and Model 6

图 7 模型 6 与模型 7 频散曲线对比

Fig.7 Dispersion curve comparison  
between Model 6 and Model 7

可以看出,随着胶层质量的逐渐下降,层状粘接结构的频散曲线有向左漂移的现象,这一特征为检测时根据频散曲线的漂移特征反演评价粘接质量提供了理论指导。

#### 4 结束语

采用全局矩阵法,推导了多层结构的频散方程,并对固体火箭发动机壳体多层结构的频散曲线进行了求解计算。同时以钢层和绝热层的层状粘接结构为例,分析了粘接质量对频散曲线的影响,为利用超声导波对固体火箭发动机进行无损检测提供了理论指导。

为便于计算,所建立的模型对材料的性质进行了简化,为各向同性的弹性材料;对于频散曲线,也只是分析说明了它的现象特征,而对其形成机理并未进行深入分析。所以下一步的工作主要是对频散特性的形成机理进行分析,进而对材料进行反演评估;同时对更贴近实际的黏弹性和各向异性材料的频散特性进行计算分析。

#### 参考文献:

- [1] [美] 罗斯 J L. 著. 何存富, 吴斌, 王秀彦 译. 固体中的超声波[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [2] 刘镇清. 超声无损检测中的导波技术[J]. 无损检测. 1999, 21(8): 367-371.
- [3] 周正干, 冯海伟. 超声导波检测技术的研究进展[J]. 无损检测. 2006, 28(2): 58-62.
- [4] Tattersall D E W. The Ultrasonic Pulse-echo as Applied to Adhesion Testing [J]. J.Phys.D: Appl.Phys., 1973, 6: 819-832.
- [5] Rose J L, Peltis S P, Quarry M J. A Comb Transducer Model for Guided Wave NDE[J]. Ultrasonics, 1998, 36(2): 163-169.
- [6] 罗岩. 超声导波检测技术的研究 [D]. 洛阳: 洛阳工业大学. 2006.
- [7] 张金清, 梁青, 陈超. 软弱夹层瑞雷面波频散曲线特征[J]. 工程地球物理学报. 2005, 2(3): 208-215.
- [8] 杨天春, 何继善, 吕邵林, 等. 三层层状介质中瑞利波的频散曲线特征[J]. 物探与化探. 2004, 2(1): 41-45.

(编辑: 王建喜)