固体火箭发动机水下应用时的燃速特性分析

乔 宏，伊 寅，李洪伟，韩新波
（中船重工集团第 705 研究所，陕西 西安 710075）

摘　要：火箭发动机内真实的推进剂燃速往往由于高温高压难以测量。为探讨燃速对于工况的依赖性，对水下应用的固体火箭发动机试验器的试验结果用最小二乘法进行了辨识。引用三种燃速公式进行辨识，得到了一种新型推进剂稳态燃速模型参数的最优辨识值。结果表明：指数式的辨识结果得到的残差最小，指数式是描述该新型推进剂燃速规律的合理格式。

关键词：火箭发动机；燃速辨识；最小二乘法
中图分类号：V435　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：(2008) 06-0023-04

Identification of burning rate of propellant for solid rocket motor underwater

Qiao Hong, Yi Yin, Li Hongwei, Han Xinbo
(The 705 Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Xi′an 710075, China)

Abstract: The actual burning rate of propellant is difficult to measure because of the high temperature and pressure of rocket motor. In order to research the dependency of the burning rate on working conditions, identification of the experiments results of rocket motor underwater by means of least square method was conducted. Three kinds of expressions were introduced and each of them was adopted to the identification process. The optimum identification solution of the steady burning rate model parameter was obtained. The results show that the residual error of the exponent format is the smallest, thus the exponent format is the most reasonable format for describing the burning rate of the new propellant.

Key words: rocket motor; burning rate identification; least square method

---

收稿日期：2008-09-22；**修回日期**：2008-10-16。

作者简介：乔宏（1982—），男，助理工程师，研究领域为动力技术。

0 引言

20世纪60年代中期，为解决固体火箭发动机侵蚀燃烧问题，国外开始开展固体推进剂的稳态燃速研究[1]。20世纪80年代，提出用燃烧室压强-时间实验曲线拟合固体火箭推进剂燃速公式[2]，控制论中的辨识技术开始被引入到固体火箭发动机的燃速辨识中来，为快速、准确地确定发动机中推进剂的侵蚀燃速、基本燃速提供了途径[3]。

最小二乘法是曲线拟合中普遍使用的方法，可以通过最小二乘法用各种不同形式的曲线去拟合得到的数据。关于非线性最小二乘法，列维布格-麦奎尔特方法实用效果很好，现已成为求解非线性最小二乘问题的标准方法[4-5]。

某固体火箭发动机采用一种新型推进剂，含有大量金属，含量高达50%以上，该发动机在水下工作过程中，以环境海水为氧化剂，自身携带金属为还原剂发生化学反应，释放大量热能，使海水蒸发膨胀，通过喷管喷射把热能转化为推进器动能。工作过程中，可以改变海水流量，从而改变发动机工况，工况变化，燃速随之发生变化。燃速仪中的工作条件和发动机中的实际情况是有差别的，工况不同，因此需要对发动机中推进剂的燃速进行辨识。燃速辨识的基本方法是最小二乘法估值问题，即根据发动机试验的p-t曲线，在选定燃速模型的基础上编制内弹道程序，然后采用优化方法，在给定模型中待定参数初始值的情况下进行迭代计算，使计算的内弹道数据点和试验数据点的残差平方和为最小，以此来确定燃速模型中特定参数的最优值。这里采用三种不同的燃速公式进行辨识，并比较了辨识结果，得到新型推进剂在发动机工况下的燃速规律。

1 内弹道计算方法

1.1 内弹道计算

本发动机有海水流量加入，按照质量守恒定律，燃气的质量生成率及附加工质流量分两部分：一部分经过喷管排出，即喷管的质量流率$\dot{m}_d$；另一部分增加燃烧室中的燃气贮量，其增长率为$d(\rho_c V_c)/dt$。利用气体的状态方程，得出质量守恒关系[6]

$$\frac{V_c}{c^{*2}\Gamma^2}\frac{dp_c}{dt}=\left(1+K-\frac{\rho_c}{\rho_p}\right)\rho_p A_b r-\frac{p_c A_t}{c^*} \tag{1}$$

其中，ρ_c为燃气密度；V_c为燃烧室充气容积；t为时间；K为附加工质质量流量比；ρ_p为推进剂密度；A_b为燃面面积；p_c为燃烧室压强；A_t为喷管喉部截面积；c^*为推进剂的特征速度；Γ为燃气比热比的函数；r为火药燃速。

在发动机工作条件下，燃气密度比推进剂密度小得多，如果略去$\varepsilon=\frac{\rho_c}{\rho_p}$项，则

$$\frac{V_c}{c^{*2}\Gamma^2}\frac{dp_c}{dt}=\rho_p A_b r(1+K)-\frac{p_c A_t}{c^*} \tag{2}$$

上式是燃烧室压强随时间变化的微分方程，如能积分求解，便得到压强随时间的变化关系。

1.2 稳定工作段内弹道计算

当压强已建立并进入工作段时，压强上升到最大值且相对稳定。这时可以认为$dp_c/dt=0$，得

$$p_c=\left(\rho_p c^* a\frac{A_b}{A_t}(1+K-\varepsilon)\right)^{\frac{1}{1-n}} \tag{3}$$

如果略去微量ε，则得

$$p_{c.eq}=\left[\rho_p c^* a\frac{A_b}{A_t}(1+K)\right]^{\frac{1}{1-n}} \tag{4}$$

这时的压强称为平衡压强$p_{c.eq}$，平衡压强是发动机工作中最有代表性的特征压强。

以上的推导是采用燃速关系$r=ap^n$的假设下得到的。如果采用燃速关系$r=a+bp$，则得到

$$p_{c.eq}=\frac{a}{\frac{A_t}{\rho_p c^* A_b(1+K)}-b} \tag{5}$$

如果采用萨默菲尔德燃速二项式$\frac{1}{r}=\frac{a}{p}+\frac{b}{p^{1/3}}$，则得到平衡压强

$$p_{c.eq}=\left(\frac{\rho_p c^*\frac{A_b}{A_t}(1+K)-a}{b}\right)^{3/2} \tag{6}$$

1.3 压强过渡工作段内弹道计算

在燃烧室压强建立过程中，求解平衡压强微分方程时，须将 p_c 和 t 分离。一般来说，对压强建立过程，时间都很短，约在百分之几秒以内，在这样短的时间中，可以认为装药烧掉甚少，V_c 和 A_b 都可以看作没有变化而保持初值。因此，积分中将 V_c 和 A_b 都作为常值。分离变量，得

$$dt=\frac{V_c}{\Gamma^2 c^{*2}}\frac{dp_c}{\rho_p A_b a p_c^n (1+K)-\frac{p_c A_t}{c^*}} \tag{7}$$

假定点火装药燃烧结束时，主装药全部燃面同时点燃，这时燃烧室的压强正是点火压强 p_{ig}，以此作为 t=0 时的初始条件进行积分。积分结果为

$$p_c^{1-n}=p_{c,eq}^{1-n}-\left(p_{c.eq}^{1-n}-p_{ig}^{1-n}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{8}$$

其中，$\tau=\frac{1}{1-n}\frac{V_c}{\Gamma^2 c^* A_t}$

从上式可以看出，随着时间从 t=0 开始增加，燃烧室压强从 $p_c=p_{ig}$ 开始上升，越来越接近平衡压强 $p_{c.eq}$。当 t 趋于无限大，p_c 以 $p_{c.eq}$ 为极限而趋近。因此，平衡压强又叫做极限压强，在理论上要经过无限长的时间才能到达，但在实际上，就一般发动机的装填条件来说，τ 的数值很小，其量级为 0.01 秒。随着 t 的增大，$e^{-(t/\tau)}$的数值迅速减小，很快趋近于零。p_c 则迅速增大，很快接近 $p_{c.eq}$。在一般情况下，达到 99% 的 $p_{c.eq}$ 的时间也只需要百分之几秒。从数学上讲，在有限的时间里，p_c 总是小于 $p_{c.eq}$ 的，但是，经过压强建立过程以后，可以认为差别很小，实际上已经达到 $p_{c.eq}$。对于等面燃烧装药的发动机来说，由于 A_b 不变，燃喉比 $\frac{A_b}{A_t}$ 不变，平衡压强 $p_{c.eq}$ 的数值也不变。在压强建立过程以后，燃烧室压强就一直维持在不变的平衡压强上，直到燃烧结束。

2 非线性参数最小二乘法估值算法

2.1 问题描述

发动机结构参数固定时，燃烧室压强 p_c 及参数 $\boldsymbol{a}=(a_1, \cdots, a_m)^T$、$K(t)$之间具有函数关系 $p_c=p_c(t,\boldsymbol{a}, K(t))$，其中 $\boldsymbol{a}$ 是跟燃速相关的列向量，元素个数取决于所选择的燃速经验公式，如果选择的是指数式，则 $\boldsymbol{a}=(a, n)$，a 为燃速系数，n 为压强指数；$K(t)$为附加工质质量比与时间的函数，由试验方案决定。$(t_i, p_{ci})(i=1,\cdots,n)$是 (t, p_c) 的 n 对观测值，问题可以描述为求参数 $\boldsymbol{a}=(a_1, \cdots, a_m)^T$ 使 $x^2(\boldsymbol{a})=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{p_{ci}-p_c(t_i,\boldsymbol{a},K(t_i))}{\sigma_i}\right]^2$ 达到最小，其中 σ_i 为第 i 个点 $(t_i, p_{ci})(i=1, \cdots, n)$ 上测量误差的标准差[7]。

2.2 求解方法

问题等价于求解非线性方程

$$\nabla x^2(\boldsymbol{a})=0 \tag{9}$$

解方程的牛顿迭代法是：给 $\boldsymbol{a}$ 一个初始值 $\boldsymbol{a}^{(0)}$，

$$\boldsymbol{a}^{(k+1)}=\boldsymbol{a}^{(k)}+\Delta\boldsymbol{a}^{(k)} \tag{10}$$

利用列维布格-麦奎尔特方法求解 $\Delta\boldsymbol{a}$：

$$\left([a]+\lambda I\right)\Delta\boldsymbol{a}=\beta \tag{11}$$

其中，$[a]=\frac{1}{2}\nabla^2 x^2(\boldsymbol{a}^{(k)})$；$\beta=-\frac{1}{2}\nabla^2 x^2(\boldsymbol{a}^{(k)})$；$\lambda$ 为松驰因子。

计算中把公式（11）改写为

$$([a]+\lambda D)\ \Delta\boldsymbol{a}=\beta \tag{12}$$

其中 D=diag $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{mm})$。

图 1 为程序框图。

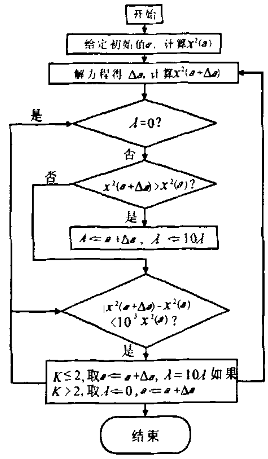

图 1 燃速辨识程序框图

Fig.1 Burning rate identification flow chart

3 燃速分析

双基推进剂燃速与压强的关系，比较常见的有下列各经验公式[8]：

$$r=a+bp \tag{13}$$

$$r=bp \tag{14}$$

$$r=a+bp^n \tag{15}$$

$$r=ap^n \tag{16}$$

复合推进剂的燃速关系也可以用指数式 $r=ap^n$ 来表示。但是，有关文献指出，复合推进剂的压强指数与发动机工作压强有耦合现象,压强指数在发动机工作压强范围内不能像双基推进剂那样可以按常数处理,而是随着工作压强变化而变化的。萨默菲尔德根据粒状扩散理论，对复合推进剂提出另一个燃烧关系式：

$$\frac{1}{r}=\frac{a}{p}+\frac{b}{p^{1/3}} \tag{17}$$

对该新型推进剂进行燃速分析时，选择上面(13)、(16)、(17) 式进行辨识，然后根据辨识结果，选择该推进剂最适合的燃速规律。

4 辨识结果

用 Fortran 语言编制计算程序，利用该新型推进剂在燃速仪中测得的燃速规律 $r=ap^n$，以固体火箭发动机试验器内弹道数据作为参考，最后得到发动机内部燃速规律。辨识结果同时给出了辨识残差。

$$x^2(\boldsymbol{a})=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{p_{ci}-p_c(t_i,\boldsymbol{a},K(t_i))}{\sigma_i}\right]^2=2.27\times10^5$$

如果按 $r=a+bp$ 的规律进行辨识，辨识得到的残差 $x^2(\boldsymbol{a})=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{p_{ci}-p_c(t_i,\boldsymbol{a},K(t_i))}{\sigma_i}\right]^2=3.05\times10^6$。可见，得到的残差较指数式得到的结果要大一个数量级。

如果采用萨默菲尔德燃速二项式 $\frac{1}{r}=\frac{a}{p}+\frac{b}{p^{1/3}}$ 进行辨识，此时得到辨识残差

$$x^2(\boldsymbol{a})=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{p_{ci}-p_c(t_i,\boldsymbol{a},K(t_i))}{\sigma_i}\right]^2=2.363\times10^6$$

残差依然比指数式得到的结果大一个数量级。

5 结论

(1) 用指数式拟合得到的残差最小，说明用指数式来描述发动机内部该新型推进剂燃速规律是相对合理的方法。按线性关系 $r=a+bp$ 拟合得到的残差最大，说明推进剂燃速与燃烧室压强的关系不是简单的线性关系。

(2) 辨识得到的结果与燃速仪测得的推进剂燃速规律差别较大，这说明燃速对于不同工况有很大的依赖性。燃速辨识可以为发动机的设计提供理论基础，用来指导发动机的设计。

参考文献：

[1] 张劲民, 王志强, 袁华. 超声波燃速测试技术在固体推进剂研制中的应用[J]. 火炸药学报, 2006, 29(3): 9-12.

[2] Lilley J S. Burning Rate Characterization from One Motor Firing: an Analytical Approach[R]. AIAA1983-1315.

[3] 陈步学. 用于推进剂燃速辨识的最小二乘法最大邻域算法[J]. 固体火箭技术, 1995, 18(3): 39-44.

[4] 李晓斌, 张为华, 王中伟. 固体火箭发动机稳态燃速二维模型参数最优化辨识 [J]. 推进技术, 2006, 27 (4): 300-302.

[5] 李晓斌, 王中伟, 张为华. 推进剂稳态燃速最优化辨识[J]. 固体火箭技术, 2006, 29(1): 28-30.

[6] 周力行. 湍流两相流动与燃烧的数值模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991.

[7] 华自强, 张忠进. 工程热力学[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2000.

[8] 李宜敏, 张中钦, 张远君. 固体火箭发动机原理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.

(编辑：陈红霞)