

# 幂律型流体射流破碎建模和实验问题探讨

张蒙正, 马杰

(西安航天动力研究所 陕西 西安 710100)

**摘要:** 简要回顾了射流破碎研究的现状, 讨论了幂律型流体射流破碎建模和实验的相关问题。射流破碎建模的关键在于依据流体的胶凝结构和组份物性, 射流与环境气体之间的作用关系, 提炼主要影响因素。射流破碎实验研究的关键在于高分辨率和高速成像技术等光学测试技术。建模和实验的主要作用在于揭示射流破碎的机理, 分析相关因素的影响, 为喷嘴雾化研究提供参考, 为燃烧室冷却设计提供依据。

**关键词:** 幂律型流体; 射流; 破碎; 模型; 实验

**中图分类号:** V439

**文献标识码:** A

**文章编号:** (2010) 04-0001-07

## Discussion about modeling and experiment problem of power-law fluids

Zhang Mengzheng, Ma Jie

(Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** The development of jet break-up modeling and experiment was reviewed. The problems about modeling, experiment and application of jet break-up were discussed. It was the key of power-law fluid jet break-up modeling to discover the control process and main influencing factor according to the fuel chemistry configuration and chamber conditions. The experimental research depends on the photography technology of high resolution and high speed. The research of modeling and experiment of jet break-up is helpful to reveal the jet break-up fundamental mechanisms, to analyze effect factors and enhance the design level of spray and cooling of combustion chambers.

**Key words:** power-law fluid; jet; break up; model; experiment

收稿日期: 2010-04-12; 修回日期: 2010-06-17。

作者简介: 张蒙正 (1964—), 男, 研究员, 研究领域为喷雾燃烧。

## 0 引言

依据流体性质,可以将射流分为牛顿型和非牛顿型射流;依据几何形状,又可以将射流分为柱形(如圆柱形、方形及矩形等)和膜形(如平面膜形、环膜形及锥膜形等)射流。液体射流的破碎既是一个经典的流体力学理论问题,又是一个在相当广泛的技术领域内令人感兴趣的物理现象。液体动力系统中,常见的是圆柱形和锥膜型射流,前者既是一种喷注形式,又是撞击式喷注器液流出口的初始形态,还是内冷却常用的一种方案;而膜形射流是离心式和针栓式喷注器出口液流的初态,又是撞击式喷注器射流撞击后的形态,也是内冷却的一种形式。贴壁喷射的射流是液膜对流换热冷却、液膜蒸发和随后的气膜冷却的基础。就燃烧而言,射流燃烧属于扩散燃烧的范畴,燃料喷射过程是影响可燃混合气形成的决定性因素。射流的破碎长度、尺度及进一步的雾化特性影响到燃烧室冷却方案和燃烧性能,进而也影响到发动机的性能、经济性及可靠性。

牛顿型流体的射流特性研究已经持续了百余年,射流冷却和雾化也得到广泛应用。近年来,非牛顿流体雾化问题受到日益关注,了解非牛顿流体射流破碎机理,掌握各种影响因素对射流破碎特征的影响规律,实现对射流破碎过程和特性的有效控制,可优化燃烧过程的组织。本文简要介绍射流破碎研究的进展,讨论幂律型流体射流破碎建模和实验的主要问题。

## 1 牛顿型流体射流破碎研究的简要回顾

Rayleigh<sup>[1]</sup>首创性的用表面波不稳定性理论揭示了低速圆柱形射流的破碎机理。Taylor<sup>[2]</sup>采用线性不稳定性理论研究了风吹过黏性液体表面产生细小波纹的现象,提出黏性射流喷入低密度气体中,扰动随时间发展而导致液体破碎现象的著名结论。即,当扰动的波长大于射流的毛细特征作用长度,且扰动沿时间方向发展时,射流是不稳定的。多位研究者于不同时期提出了高速射流破

碎的诸如湍流扰动说、压力振荡说、空穴扰动说及边界突变说等多种学说。Lin<sup>[3]</sup>运用 Taylor 的方法,采用空间模式研究了高速黏性液体射入高密度气体中,小波长扰动波随空间发展的情况,其结果肯定了 Taylor 的结论。同时,也认为雾化的主要原因是空气的压力波动在气液界面引起的薄膜波的共振造成的,每种类型的扰动都有一个与波长和频率对应的最大增长率,但只有当喷嘴出口处的扰动振幅大于某一临界值时,雾化才有可能在喷嘴出口处立即发生,否则存在破碎长度,其结果还肯定了黏性在液体雾化中的作用。Reitz 用小直径的射流,在不同的喷嘴长径比(0.5~85)、喷嘴入口(尖锥、圆弧等)、喷射压力(3.0~16.6atm)、液体物性(用不同比例的水与甘油配置)、环境气体(分别用氮气、氦气和氩气模拟)及环境压力(达4.0MPa)等条件下,比较全面的研究了射流的破碎特性,提出相对全面的增广的空气动力干扰雾化理论(即不稳定性理论)<sup>[4]</sup>。Lin 提出了空间模式下,基于线性稳定性的对高速和低速黏度液体射流都适用的、统一的、液体射流破碎线性稳定性雾化理论<sup>[5]</sup>。认为可用统一的色散方程表示低速和高速射流的破碎特性。射流的雾化破碎特性仅与表征液体射流物理条件的三个无量纲数  $Re$ 、 $We$ 、 $Q$ (气液密度比)有关。射流破碎有对称(收缩和膨胀相间的葫芦串)和反对称(蛇形蜿蜒)两种模式。液体的表面张力、黏性及引气体作用产生的气液表面压力波动是影响射流破碎及雾化的主要原因,不同的射流条件下,由于不同因素在起主要作用,所造成射流破碎的结果也不相同。Rayleigh 和其后的研究者在相当长时间的研究中,均假设扰动是轴对称的。Yang<sup>[6]</sup>将非轴对称的扰动模式引入到所建立的射流模型中,采用时间模式证明了在初始扰动满足某些条件的情况下,非轴对称的扰动会比轴对称扰动发展得更快,因而会使射流表现出非轴对称的特征。

Dombrowski<sup>[7]</sup>认为平面液膜的破碎始于扰动在液膜中形成的多孔洞,表面张力作用下使孔洞不断扩展,直至其边界相互接触,从而将液膜表面“撕裂”成许多柱形的液丝。其后,液丝遵循

表面张力作用下的表面波不稳定性理论发展直至破碎。撞击式喷嘴雾化研究获得的全息图像展示的液膜破碎过程从另一个侧面也验证了此结论。Li<sup>[8]</sup>研究了平面黏性液体射流高速射入空气中的破碎情况,认为存在对称和反对称两种独立的不稳定性模式。证明了在一定的物理条件下,非轴对称模式的最大扰动增长率可以大于轴对称模式的最大扰动增长率,并在实验中被观察到,从理论上证明了射流的非对称结构存在的必然性。J Shen<sup>[9]</sup>用线性不稳定性分析了环形和平面液膜喷入无黏气体中的时间不稳定性,发现同样存在对称和非对称两种模式,提出应特别重视环形和锥形液膜的曲率的影响;液体黏性对不稳定性增长率有非常复杂的双重作用,存在一个临界的  $We_c$  数,小于此临界值时,表面张力是不稳定性的根源;高于此临界值时,表面张力又在抑制不稳定性,而气动力在促进不稳定性。Du 提出了普适的基于空气动力干扰说的描述环膜液体射流破碎不稳定性的模型<sup>[10]</sup>。此模型考虑了液体的黏度、运动速度、内外气体介质的运动、旋转及射流破碎的类对称和类反对称的低阶和高阶模式。其中,平面液膜射流在这一模型中可作为一个特例。环膜射流的破碎模型与射流气-液界面的关联关系方面,类对称模式主要与外气-液界面相关联,而类反对称模式则主要与内气-液界面相关联<sup>[11]</sup>。

从总体上看,射流,尤其是喷入静止空气的圆射流,可以利用线性稳定性理论来描述不同参数条件下的破碎现象,即四类破碎模式:Rayleigh 模式和第一、二类风诱导模式以及雾化模式。这些模式都反映了射流过程中的惯性力、表面张力和相界面上气动力间的相互作用。低速射流,破碎主要是由于相界面的长波扰动引起,这种扰动同时向上、下游传播,是表面张力收缩所致;高速射流,由于相界面压力存在波动,液体射流是对流不稳定性,使得短波扰动不稳定增长,并向下游传播,导致在射流出口附近或出口处发生破碎。液膜射流破碎不稳定性的理论研究中,空气动力干扰说比较完善,经过一定的修正后,可对所涉及的各种现象给出较为满意的解

释。无论射流还是液膜破碎,研究均尚未从理论上得到射流参数、结构参数与射流破碎特征参数之间的定量关系与规律,尚待进一步发展和完善。

## 2 幂律型流体射流破碎模型

理想而言,完整的射流破碎模型应当包括射流的几何形状、液体物性(如密度、黏性、表面张力等)、射流与环境气体的相对运动速度、环境气体的压力、温度及物性等诸多因素。从目前非牛顿流体雾化特性研究结果分析,可以预计,随着流体性质、射流速度及环境气体密度等参数的变化,幂律型流体射流破碎模式将比牛顿流体射流破碎模式更丰富,更多彩。建立理想、完整的模型是研究者一直追求的理想目标,但也是非常复杂、艰巨且长期的工作。建模和分析的主要目的之一是为应用服务,因而就需要针对具体的应用目标,进行必要、合理和恰当的简化,提炼主要影响因素,并寻找主要影响因素对目标的影响规律和程度。

就液体动力系统而言,常见的射流形式有圆柱形射流和空心锥形射流,前者本身就是直流式喷嘴、撞击式喷嘴和冷却孔射流的形态,也是最简单的射流形式,研究有明确的针对性和实用性,建模面临的问题也最简单。后者源自离心式/针栓式喷嘴液流出口初态(见图1),就射流的运动形态而言,离心式喷嘴出口液膜的运动最为复杂:(1)液膜的运动是沿喷嘴轴、径、切三维的,且速度值在连续减小;(2)液膜的厚度在逐渐变薄;(3)液膜的内外侧气流速度不同,有时方向相反。为了便于建模和求解,可以将前者简化为变厚度的平面锥形液膜(如图2所示)。

幂律型流体雾化研究的结果表明:影响流体液膜雾化的主要因素是射流形状、黏性、表面张力、射流速度、环境气体压力、密度及温度。就射流破碎而言,应当主要关心射流形状、黏性、射流速度及环境密度的影响。与牛顿流体射流相比,影响幂律型流体射流破碎的主要因素是其流变特性,而影响流变特性的主要因素在于胶凝剂

的成份和含量(此决定了本构方程),射流的剪切速率和温度。某凝胶水的表观黏度随凝胶剂成份和剪切速率的变化如图 3<sup>[12]</sup>所示,依据剪切速率可将其分为 3 个流动区<sup>[13]</sup>。由图可见,剪切黏度与剪切速率的关系非常大,上述的研究结果是针对管流得到的,就自由射流而言,射流的剪切速率也具有上述性质。

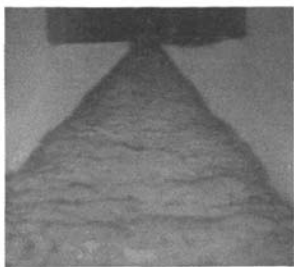


图 1 离心式喷嘴出口射流形状

Fig.1 Jet figure of a swirl nozzle

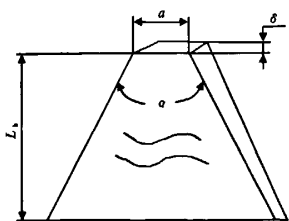


图 2 锥形液膜示意图

Fig.2 Formation of conic liquid film

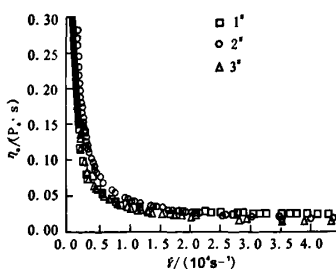


图 3 幂律型流体剪切速率与表观黏度的关系

Fig.3 Relation of apparent viscosity and shear rate of gelled propellant simulants

幂律型流体剪切黏度与剪切速率之间如此强烈的依赖关系会对射流破碎造成很大的影响。如

果射流的剪切速率处于第一流动区,此时,射流的黏度非常大,与环境气体的作用也较弱(因其速度很小),则射流破碎会非常困难。如果射流处于第二流动区,此时,射流与环境气体有一定的相对速度,也就有一定的气动作用力,而其黏度也在随射流速度不断变化,此时射流破碎状况会非常复杂。射流速度引起的气动力、不断变化的黏性以及表面张力等其他因素的相互作用可能会随着各因素作用程度的不同呈现出丰富多彩的破碎模式。已有研究表明,与水的破碎过程相比,黏弹性平面扇形液膜射流的射流边缘更稳定。破碎过程中,流体的流变特性对射流破碎具有显著的影响,且此影响对于射流内外界面不稳定性的发展是不尽相同的<sup>[14]</sup>。如果射流处于第三流动区,幂律型流体的黏度将趋于变化很小的极限剪切黏度,此时,从简化角度考虑,射流破碎可否应用已有的牛顿流体的破碎模式?非牛顿流体与牛顿流体的主要区别在于本构方程,即黏性随剪切应力的关系。表征粘弹性流体的 Maxwell 模型的微分形式为:

$$\tau + \lambda_0 \frac{\partial \tau}{\partial t} = \eta_0 \dot{\gamma} \quad (1)$$

式中,  $\eta_0$  为黏度;  $\lambda_0$  为时间常数。对于稳态流动,公式(1)可以简化为具有黏度  $\eta_0$  的牛顿流体。而 Jeffreys 的三常数 ( $\eta_0$ 、 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ ) 模型则为:

$$\tau + \lambda_1 \frac{\partial \tau}{\partial t} = \eta_0 \left( \dot{\gamma} + \lambda_2 \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial t} \right) \quad (2)$$

在圆柱坐标下,将变量  $v_r$  (径向速度)、 $v_z$  (轴向速度)、 $t$  写成:  $f(r, z, t) = G(r) e^{ikz + \omega t}$ , 则公式(2)变为:

$$\tau_r = \eta_1 \left( ikv_r + \frac{dv_z}{dr} \right) \quad (3)$$

其中

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{1 + \alpha \lambda_2}{1 + \alpha \lambda_1}$$

式中,  $\eta_0$  为剪切速率为零时的黏性;  $\lambda_1$  为液体的应力松弛时间;  $\lambda_2$  为形变延迟时间。  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  取值的不同会影响粘弹性流体的黏性。

对于牛顿流体而言,其剪切应力

$$\tau_{rz} = \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (4)$$

将速度及压力的扰动量代入上式,可得:

$$\tau_{rz} = \eta \left( ikv_r + \frac{dv_z}{dr} \right) \quad (5)$$

比较公式(3)和公式(5),可以发现粘弹性流体的动力学方程与牛顿流体具有相似之处,不同之处也只是方程中的 $\eta_1$ 和 $\eta_0$ 。如果公式(3)的黏性为常数,二者是否也就统一了?

影响幂律型流体黏度的另一个主要参数是其温度。幂律模型流体的本构方程为: $\eta = k\dot{\gamma}^{n-1}$ ,式中, $k$ 和 $n$ 为稠度系数和流动指数,其与温度的关系式可表示为:

$$k = k_0 \exp(-a(T - T_0)/T_0) \quad (6)$$

$$k = n_0 + b(T - T_0)/T_0 \quad (7)$$

式中,带下标“0”的量均为常数。上式表明,温度对其黏度的影响是比较显著的,在分析幂律型流体射流破碎,研究破碎模型式需要注意温度条件和温度的变化。

射流破碎是射流与环境相互作用的结果,影响两者相互作用的主要因素是两者之间的相对运动速度、环境气体密度及温度。相对速度造成射流表面产生气动作用力,气动作用力的强度且随着速度大小不同,从而也产生了不同的破碎模式,对牛顿流体射流破碎模式长达百余年的研究中,气动作用力占了相当大的份额。环境气体密度的作用体现在气动作用力和对射流表面摩擦力两个方面,喷入稀薄气体和稠密气体的主要区别就在于造成的气动作用力和摩擦力的不同,尤其是对射流阻尼和剥离不同。对于二维非牛顿流体平面液膜,无论对称或反对称模式,非牛顿流体比牛顿流体都具有更高的扰动增长率,也即更不稳定。非牛顿流体射流的表面张力和黏性的作用在于抑制不稳定性,而气动作用力在增强不稳定性。随着 $We$ 、 $Re$ 和 $\rho_g/\rho_l$ 的变化,无论对称或者反对称牛顿流体的不稳定性均在增加,且非对称扰动的增长率要高于对称模式<sup>[15]</sup>。环境温度的影响主要体现在对射流的热传导和辐射换热引起的

射流温度提高,因而引起的蒸发和黏性等物性参数的变化。

建立幂律型流体射流破碎模型的关键在于对射流破碎过程的认知和对环境因素的把握。建模之前,需对使用的幂律型流体特性进行深入研究,获得其本构方程和相关参数随温度的变化关系。就液体动力系统燃烧室而言,射流的喷射速度、燃烧室压力及温度都比较高。实际上,射流存在的时间比较短,可以适当忽略环境对射流的热传导作用。建立了射流破碎的色散方程之后,与牛顿流体相似,通过解色散方程可以得到扰动的最大增长率,进而就可以得到破碎时间和破碎长度(从喷嘴出口截面(或者撞击点处)到液膜开始破碎成液丝的截面的直线距离)和尺度等参数。

仿真是研究幂律型流体射流或者液膜破碎的主要手段之一,在正确建模的基础上,算法在解决问题中也是非常重要的。牛顿流体的CFD方法是基于连续介质的Navier-Stokes方程。而Lattice-Boltzmann方法(即格子Boltzmann方法)基于分子运动学理论,此方法用统计物理的方法,求解某一位置、某一时刻、具有某一速度的粒子密度 $f(x, v, t)$ ,然后导出相应的速度、压力等物理参数。格子Boltzmann物理背景清晰,宏观上是离散方法,微观上又是连续方法(因而也被称为介观模拟方法),在微/纳米尺度流、多孔介质流、多相介质流、非牛顿流体、粒子悬浮流、湍流、化学反应流、燃烧问题、磁流体及晶体生长等许多领域均有应用,此方法在非牛顿流体领域主要的应用对象是幂律流体。已有文献用此方法模拟幂律型流体的流动与破碎过程<sup>[16-18]</sup>。

### 3 射流破碎的实验研究

射流破碎实验是指在一定的环境参数(温度、压力、密度)下,进行射流破碎物理现象、过程识别、射流与环境气体相互作用现象诊断及射流破碎特性(长度、尺度)测量等相关问题科学研究。射流破碎实验的目的在于:(1)发现射流破碎过程的主要物理现象,诊断破碎的主要过

程,揭示破碎机理,为建模时主要影响因素的选取提供依据;(2)捕获破碎过程的主要特征,获得破碎长度和尺度(破碎后的射流段、液膜、液丝或者液滴的尺寸),研究与相关因素(射流的尺寸、初始速度、环境参数)的关系,为建模提供依据和实验验证;(3)在理论模型尚无法准确预测破碎长度和尺度的条件下,直接进行实验诊断,为燃烧装置或者其他应用提供依据。

射流破碎实验涉及到射流的生成技术,环境压力、温度和气体密度的模拟技术;射流运动速度、破碎长度和尺度、破碎液滴轨迹跟踪和捕获技术;环境温度和压力测量技术等诸多实验相关技术。

进行射流破碎实验研究:首先,要依据燃烧室的实际工作环境(压力、温度),确定实验模拟的主要参数,如主要研究燃烧室压力影响时,则需要采用密度相似的模拟准则;主要研究温度对蒸发或者其他物性(如非牛顿流体的黏度)影响时,则要采用温度相近的模拟准则;其次,要依据实际工作条件,确定射流与环境气体之间的相对运动速度,也即动量的影响;第三,需要有合适的模拟环境仓(主要是光学视窗的尺度),合适的压力、温度测量仪器仪表,合适的捕获射流破碎长度、尺度和运动速度的光学测量仪器。常用的测量仪器是高速摄影和PIV技术。

在光学和数字技术高度发展的今天,相对而言,射流破碎后的射流段、液膜、液丝或者液滴的尺寸和速度的测量可以得到非常好的结果,射流的波动振型、波动频率及振幅的测量也可以得到比较满意的结果,但射流与环境的作用、射流表面及内部物性参数的变化,尤其是环形射流内表面的振型、频率及振幅的研究仍存在较大困难。对非牛顿流体,离开喷嘴后,随着射流速度的变化,射流与环境气体作用力在不断变化,射流表面和内部的黏度如何变化,射流表面与环境相互作用导致的变化中的表面张力、剪切速率及黏度的相互影响等均是比较困难的,而这正是非牛顿流体与牛顿流体的主要区别,也是研究者最关心的问题。

## 4 结束语

射流破碎现象是液体动力系统燃烧室使用的直流式、直流撞击式、离心式及针栓式喷注器出口液流破碎和雾化问题的抽象和简化,同时,射流破碎长度、尺度及与相关参数的关系也是燃烧室内冷却液膜设计的基础。射流破碎建模、仿真及实验研究的宗旨在于理解射流破碎的物理机理,相关参数之间的相互作用及其科学问题;胶凝剂类型、含量、射流直径、速度,环境压力及温度等参数对射流破碎长度和尺度的影响及其程度,为直流式、撞击式、针栓式喷注器雾化机理和模式研究奠定了基础,为喷注器的设计和燃烧室内冷却设计提供了依据,其科学意义和实用价值不言而喻。正确理解物理现象,准确把握相关参数的关系是建模的基础,也是仿真结果正确性和准确度的前提,建模和仿真有助于发现问题的规律性;实验是发现现象、判别重要过程的主要方法,可为建模提供直观依据,也是验证模型正确性的唯一手段,三者相辅相成,互为补充。射流破碎理论和实验研究工作的发展依赖于对科学问题的追求和动力装置研发的需要,服务于高水平动力装置的研发。

## 参考文献:

- [1] Lord Rayleigh. On the Instability of Jets [C]. Proc. London Math. Soc., 1878, SL-10.
- [2] Taylor G I. Generation of Ripples by Wind Blowing over a Viscous Fluids[M]. Cambridge University Press, 1963.
- [3] Lin S P, Kang D J. Atomization of a Liquid Jet[J]. Physics of Fluids, 1982, 30: 2000 - 2005.
- [4] Reitz R D, Bracco F V. Mechanism of Atomization of a Liquid Jet[J]. Phys. Fluids, 1982, 125:1730 - 1742.
- [5] Lin S P, Lian Z W. Mechanism of the Breakup of Liquid Jets [J]. AIAA Journal, 1990, 28:120-126.
- [6] Yang H Q. Asymmetric Instability of a Liquid Jet [J]. Phys. Fluids, 1992, 14:681-689.

(下转第 41 页)

通过机床运动学模型与后处理中虚拟控制器在 UG 的集成, 实现了虚拟机床的运动。虚拟控制面板可以直接调用后置处理器一边输出数控加工程序一边进行机床模拟加工。

碰撞仿真系统的开发实现了对数控程序的快速、有效检查, 为实现程序的快速修正提供了平台, 降低了传统加工方法中空运行、试切削所带来的各种成本, 提高了生产效率。

## 4 结束语

基于 UG 的虚拟现实的虚拟制造技术无疑会取代传统的小批零件试制方法, 将成为今后新航天产品设计试制的主要手段。加工中心虚拟仿真技术一方面可以克服传统上刀具轨迹演示法缺少真实感的局限性, 克服刀具和工件的干涉和过切现象难以发现的缺点; 另一方面可以避免试切法对于大型单件复杂工件极为复杂、周期长、成本

高的缺点。从而可以大大提高加工中心的有效工时数和使用寿命。

## 参考文献:

- [1] 陈皓晖, 刘华明, 孙春华. 国内外叶轮数控加工发展现状[J]. 航天制造技术, 2002, 4(2): 45-48.
- [2] Cullev R K, Kempf K G. A Collision Detection Algorithm Based on Velocity and Distance Bound [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automations Proceeding, 1996.
- [3] 陈元琰, 张晓竞. 计算机图形学实用技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [4] 徐春蕾. 虚拟仿真环境中碰撞检测技术的研究与应用[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2000.
- [5] 王定军, 宋会玲, 白少卿, 等. 减压阀节流口流场仿真和分析[J]. 火箭推进, 2009, 35(6): 37-40.
- [7] Clark C J, Dombrowski N. Aerodynamic Instability and Disintegration of Inviscid Liquid Sheer[C]. Proc.R.Soc.London 1972.
- [8] Li Xianguo. Spatial Instability of Plane Liquid Sheets[J]. Chemical Enginnering Science, 1993, 148: 1939-2981.
- [9] Shen J, Li X. Instability of an Annulai Viscous Liquid Jet[J]. 1996, 114: 467-183.
- [10] Du Qing, Li X. Effect of Gas Stream Swirls on the Instability of Viscous Annular Liquid jets [J]. Acta Mechanica, 2005, 176: 61-81.
- [11] Qing Du, Ning.Liu, Jun.Yin, The Study on the Relationship Between Breakup Modes and Gas-Liquid Interfaces [J]. Chinese Science Bulletin, 2008, 53(18): 2898-2906.
- [12] 张蒙正, 左博. 幂律型流体管路中的流动特性 [J]. 推进技术, 2009, 33(5): 1-5.
- [13] 张蒙正, 杨卫东. 幂律型流体直园管流动特性探讨[J]. 火箭推进, 2007, 33(5): 1-5.
- [14] Jeffery C Thompson, Jonathan P Rothstein. The Atomization of Viscoelastic Fluids in Flat-Fan and Hollow-Cone Spray Nozzles [J]. J. Non-Newtonian Fluid Mech, 2007, 147: 11-22.
- [15] Zhengbai Liu, Franz Durst. Linear Analysis of the Instability of Two-Dimensional Non-Newtonian Liquid Sheets[J]. J. Non-Newtonian Fluid Mech, 1998, 78: 133-166.
- [16] Aharonov E, Rothman D H. Non-Newtonian Flow through Porous Media: A Lattice Boltzmann Method [J]. Geophysical Research Letters, 1993, 20: 679-682.
- [17] Boek E S, Chin J, Coveney P V. Lattice Boltzmann Simulation of the Flow of Non-Newtonian Fluids in Porous Media [J]. International Journal of Modern Physics B, 2003, 17: 99-102.
- [18] Gabbanelli S, Drazer G, Koplik J. Lattice Boltzmann Method for Non-Newtonian (Power-Law) Fluids[J]. Physical Review E, 2005, 72: 7-11.

(编辑: 马 杰)

(上接第 6 页)

(编辑: 马 杰)