Dec. 2010

# 基于 ARMA 时序分析的 液体火箭发动机模态参数辨识方法

杜飞平<sup>1</sup>, 谭永华<sup>2</sup>, 陈建华<sup>1</sup>, 黄道琼<sup>1</sup> (1 西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100; 2 航天推进技术研究院, 陕西 西安 710100)

摘 要:在液体火箭发动机模态参数辨识领域,频域法仍是模态分析的主流方法。但是该方法存在若干不足,如功率泄露、频率混叠、离线分析等,而且需增加复杂的激振设备。本文将基于时域识别的 ARMA 时序分析法应用到该领域,计算获得了较为精确的模态参数,并且还进行了液体火箭发动机结构非线性影响检测。该方法提高了计算效率,拓展了液体火箭发动机的参数辨识范围,为发动机在工作环境下的结构参数辨识奠定了基础。

关键词: 模态参数辨识; 非线性检测; ARMA 时序分析法

中图分类号: V434-32 文献标识码: A 文章编号: 1672-9374 (2010) 06-0015-06

# Identification for modal parameters of liquid rocket engine based on ARMA time-sequence analysis

DU Fei-ping<sup>1</sup>, TAN Yong-hua<sup>2</sup>, CHEN Jian-hua<sup>1</sup>, HUANG Dao-qiong<sup>1</sup>
(1 Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100 China;

2 Academy of Aerospace Propulsion Technology, Xi'an 710100 China)

Abstract: In the field of the modal parameters identification of liquid rocket engines, the frequency method is widely used, but it has some shortcomings, such as power reveal, frequency domain aliasing and off-line analysis. Moreover, it may need complex equipment for vibration. In this paper, the method of ARMA based on time-domain identification is applied to this field. By using this method, more accurate modal parameters were obtained by calculation. Besides, the nonlinear effects on the structure of the liquid rocket engine were tested. The method of ARMA improved the computational efficiency and extended the identification range of parameters of liquid rocket engine.

It laid the foundation for the parameters identification of the rocket engine in the working condition.

Keywords: modal parameter identification; nonlinear test; ARMA method

收稿日期: 2010-04-19; 修回日期: 2010-06-11

基金项目: 国家航天技术支撑项目

作者简介:杜飞平(1986—),男,硕士研究生,研究领域为液体火箭发动机结构动态特性分析

## 0 引言

航天技术的不断发展,对火箭动态性能的要求也越来越高。作为火箭动力系统的液体火箭发动机,其性能改进是火箭性能提高的关键。这是因为发动机不仅提供火箭飞行的动力,而且火箭的俯仰、偏航和滚动等姿态的控制操纵力主要也是依靠发动机的推力矢量偏移产生的控制力<sup>[1]</sup>。

在火箭发射及飞行过程中,发动机本身就是强烈的冲击、振动和噪声源,同时也承受着最恶劣的静态内压,集中力等静载荷,还承受着全箭最强烈的振动、冲击、腔体管道内的压强脉动及高、低温等环境载荷,也是引发火箭纵向耦合振动的主要部件四。这种现象十分危险,轻则使箭载设备受损,重则火箭失控、箭体分解,导致箭毁人亡。由于液体火箭发动机承受的动态载荷和所处的动力学环境愈来愈复杂,若仅进行静态设计,会导致发动机某些部位结构设计不合格,从而造成设计返工甚至要对方案作出大的修改,因此进行发动机结构动力学研究显得非常重要四。

结构动力学问题可以通过理论公式求出它的解析解,也可用近似方法和试验方法求解。但是对于液体火箭发动机这样一个复杂的结构而言,一般通过模态试验方法来获得较为准确的动力学参数。试验模态分析技术是进行结构模态参数识别的传统手段,它的原理是建立在系统输入和输出数据可以测量得出的基础上,对这两者进行数学处理而得到频率响应函数或者脉冲响应函数,再根据这些函数从振动力学原理中识别出系统的电影中,为结构的动态,是被不是识别出系统的模态参数,为结构的动态特性分析、振动故障的诊断和预报以及结构动态特性的优化设计提供依据,因而模态参数识别方法的研究是模态分析理论的核心内容问。

试验模态参数辨识主要分为两种方法: 频域 法和时域法。频域法是根据模态试验所得到的频 响函数估计与结构频响函数的数学模型(模态展 开式)之间留数的最小二乘拟合,达到分离模态 的目的,获得结构各阶模态的参数估计。频域法 的最大优点是利用频域平均技术,最大限度地抑制了噪声影响,使模态定阶问题容易解决。然而,该方法也存在若干不足,如功率泄露、频域混叠、离线分析等;对非线性参数需用迭代法识别,因而分析周期长;对于大型结构,尽管可采用多点激振技术,但有些情况下无法测量有效激励和响应信号。因此,从 20 世纪 70 年代开始,陆续有人开始研究只基于响应信号的时域参数识别技术,取得了较大的研究成果。时域法是直接从激励输入和响应输出的时域数据,根据运动微分方程、状态方程、差分方程或脉冲响应函数等模型,进行结构模态参数辨识的算法。

在液体火箭发动机模态参数辨识领域, 频域 法仍是模态分析的主流方法。本文将基于时域参 数识别的 ARMA 时序分析方法应用到该领域, 并 且和频域法进行对比, 结果表明该方法的识别精 度较高, 从而扩展了该领域的参数辨识方法, 同 时也为液体火箭发动机在工作环境下的参数识别 奠定了基础。

## 1 ARMA 时序分析法

#### 1.1 ARMA 模型

时间序列分析法最早应用于经济和金融领域,后来在机械、航空等制造业领域得到应用,用来实现结构的模态参数识别。1927 年 G.U.Yule 提出了时序的 AR 模型。1969 年 Akaike.H 提出了利用自回归滑动平均模型 ARMA(Auto Regressive Moving Average)进行白噪声激励下的参数识别。20 世纪 70 年代中期,美籍华人吴贤铭和 Pandit 将时序法成功用于机械制造业,对时序法的数学方法赋予了清晰的物理概念,讨论并阐述了时序模型方程与振动微分方程之间的关系<sup>19</sup>。

设系统输入 f(t)的离散值为  $f(t_k)=f(k\Delta t)=f_k(k=0,1,2\cdots)$ ,输出 x(t)的离散值为  $x(t_k)=x(k\Delta t)=x_k$ ,  $\Delta t$  为采样时间间隔。对于确定性系统而言,系统输入输出有以下关系<sup>[67]</sup>,即

$$x_{k} = \sum_{l=1}^{p} a_{l} x_{k-l} + b_{0} f_{k} - \sum_{i=1}^{q} b_{i} f_{k-l}$$
 (1)

式(1)称为该系统的自回归滑动平均模型,即ARMA模型。 $a_i(l=1,2,\cdots,p)$ 、 $b_i(l=1,2,\cdots,q)$ 分别称为自回归系数和滑动平均系数;p、q 称为ARMA模型的阶次,且 $p \ge q$ 。自回归系数 $a_i$ 和滑动平均系数 $b_i$ 是确定性实数,因而反映了系统的固有特性。式(1)是一个线性差分方程,反映了可以用过去的激励与响应值预测未来的响应。该方法的建模本质是将待识别的系统描述成一个以白噪声f(t)为激励,x(t)为输出,传递函数是a(B)/b(B)的系统。

如果  $b_i=0(l=1,2,\dots,q)$ , 则可得

$$x_{k} = \sum_{l=1}^{p} a_{l} x_{k-l}$$
 (2)

称为自回归(AR)模型。

如果  $a=0(l=1,2,\dots,p)$ , 则可得

$$x_k = b_0 f_k - \sum_{l=1}^{q} b_l f_{k-l}$$
 (3)

称为滑动平均(MA)模型。所以说 AR 模型和MA 模型是 ARMA 模型的特殊情形。

ARMA 模型还可用 Green 函数表示为[8]:

$$x_i = \sum_{j=0}^{+\infty} G_j f_{i-j} \tag{4}$$

其中 Green 函数 G, 就是系统的单位脉冲响应。

由此可得传递函数 a(B)/b(B)与 Green 函数  $G_i$ 之间关系为:

$$\frac{a(B)}{b(B)} = \sum_{j=0}^{+\infty} G_j B^j \tag{5}$$

### 1.2 多自由度系统与 ARMA 模型的等价

对于n个自由度的粘性阻尼系统,振动微分方程为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t)$$
 (6)

式(6)等价于一个 2n 阶非齐次微分方程组。假设单点激励为 f(t),则

$$a_{2n}x^{(2n)}\!+\!a_{2n-1}x^{(2n-1)}\!+\!\cdots\!+\!a_1x\!+\!a_0x$$

$$= \beta_{2n-2} f^{(2n-2)}(t) + \beta_{2n-3} f^{(2n-3)}(t) + \dots + \beta_1 \dot{f}(t) + \beta_0 f(t)$$
 (7)

将式(7)离散化,得到差分方程

$$x_{k} = \sum_{l=1}^{2n} a_{l} x_{k-l} + b_{0} f_{k} - \sum_{l=1}^{2n-2} b_{l} f_{k-1}$$
 (8)

这是一个阶次为 p=2n、q=2n-2 的 ARMA 模型,系数  $a_i$ 、 $b_i$  在离散时间步长  $\Delta t$  一定时,只与系统的固有特性有关。

### 1.3 估算模态参数<sup>[9]</sup>

设已测得单点激励下某测点的响应 $\tilde{x}_{k}$ 和激励  $\tilde{f}_{k}$ 。在采样点 k+2n 处,由式(8)可得

$$x_{k+2n} = \sum_{l=1}^{2n} a_l x_{k+2n-l} + b_0 f_{k+2n} - \sum_{l=1}^{2n-2} b_l f_{k+2n-l} = P_k^T \theta \qquad (9)$$

式中

 $P_{\iota} =$ 

$$\begin{bmatrix} x_{k+2n-1} & x_{k+2n-2} & \cdots & x_k & f_{k+2n} & -f_{k+2n-1} & -f_{k+2n-2} & \cdots & -f_{k+2} \end{bmatrix}^T$$
 令起始采样点号  $k=0,1,2,\cdots,m$ . 得

$$x=P\theta$$
 (10)

式中 $x=[x_{2n} \ x_{2n+1} \ \cdots \ x_{2n+m}]^T, P=[P_0^T \ P_1^T \ \cdots P_m^T]^T$ 。 其中 x 为 m+1 阶列阵:P 为 $(m+1) \times (4n-1)$ 阶矩阵

设实际测得 $\tilde{x}$ 和 $\tilde{P}$ ,应用最小二乘法,根据式 (10) 可得

$$\varepsilon = \widetilde{x} - \widetilde{P}\theta \tag{11}$$

目标函数为

$$e = \varepsilon^{T} \varepsilon = (\widetilde{x} - \widetilde{P} \theta)^{T} (\widetilde{x} - \widetilde{P} \theta)$$
 (12)

可解得 $\theta$ 的最小二乘估计值为

$$\theta = (\widetilde{P}^{T}\widetilde{P})^{-1}\widetilde{P}^{T}\widetilde{x} \tag{13}$$

将解得的  $\theta$  代入特征方程对,解得 2n 个共轭复 根  $z_i$ ,可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_{\text{mdi}} = \frac{1}{\Delta t} \left( \arctan \frac{\text{Im} z_i}{\text{Re} z_i} + b \pi \right) \\ \boldsymbol{\sigma}_{\text{mi}} = -\frac{1}{2\Delta t} \ln(\text{Re}^2 z_i + \text{Im}^2 z_i) \end{cases}, b = 0, 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, n$$

(14)

于是得系统各阶复频率  $\omega_{mdi}$  和复模态阻尼比  $\xi_{mi}$ ,即

$$\omega_{\text{mi}} = \sqrt{\omega_{\text{mdi}}^2 + \sigma_{\text{mi}}^2}, \quad \xi_{\text{mi}} = \frac{\sigma_{\text{mi}}}{\omega}. \tag{15}$$

将求得的zi代入留数方程式(14)

$$R_{\rm eff} = \frac{\mathbf{b}(z)}{\mathbf{a}'(z)} \bigg|_{z=z} \tag{16}$$

可解得该测点处各阶模态对应的留数  $R_{\text{eff}}$  (i=1,2, …,n)。对所有测点重复上述过程,可求得留数矩阵 R。该矩阵 R 中的各列即为系统各阶模态的复模态矢量。

# 2 ARMA 时序分析法在液体火箭发动机模态参数辨识中的应用

### 2.1 试验模型

以液体火箭发动机为研究对象,将该发动机整机通过机架固定在刚性边界上进行模态试验。由于试验室条件所限,无法提供绝对刚性支撑,因此将该发动机倒扣于大吨位承力平台上,并通过工装和连接件与承力平台进行固定,承力平台与试验室承力地基紧固连接,以此来模拟试验所需的发动机固支边界。

试验中,结构共分布 86 个测点,一般的布点方法是:在喷管两条相对的母线布置测点,即可描述喷管摆动和扭转振型;在常平座靠近摇摆轴位置和燃烧室上布置测点,能够准确观察燃烧室与常平座的相对振幅,可用于考察常平座的刚度强弱;机架上端面和实验夹具布置测点,可以考察发动机固支是否充分。激励点(9、10号点分别在 X、Y 方向上激励)位于下集液环,这是因为集液环与喷管相比刚度较大,力锤脉冲时间能较好控制,不易产生局部变形,而且在低阶模态振型上,集液环所处位置不会出现节点,而且振幅较大,激励效果较好。

试验采用固定激励点、分次采集试验的方法,以 0.0625 Hz 的分辨频率完成两个激励方向的模态试验。试验频率范围为 0~50 Hz,试验采集时间 16 s,采样频率 128 Hz。传感器为 B & K 三向加速度传感器。试验数据采集和分析系统如图 1 所示。

### 2.2 结构非线性影响检测

实际结构大多是非线性结构,严格讲它不服 从线性模型所具有的力学特性,如:

- 1) 叠加原理不使用,模态之间产生耦合, 模态参数与激励输入的振级有关;
  - 2) 互易定理不成立, 模态参数与激励点位

### 置和方向有关:

- 3) 频响函数畸变,与激励输入的类型有关;
- 4) 响应输出数据不稳定、不复现。



图 1 试验数据采集和分析系统

Fig. 1 Data acquisition and analysis system

因为 ARMA 时序分析法都是假设结构为线性的,因此需要对该发动机结构进行线性化程度检测。由于结构的非线性特征多种多样,无法建立统一的数学模型描述,因此结构的非线性检验方法也各异。有的结构可通过机理分析去确认结构的非线性特征,而对复杂空间结构,往往没有机理模型可借鉴,结构处于"黑箱"状态,只好根据输入输出数据和简单的非参数方法去检验结构非线性影响。

常用的结构线性检测方法有<sup>100</sup>: 时域方法 (时间序列检验、平稳性检验和输出均值检验 等); 频域方法 (频响函数检验、Hilbert 变换检 验、Lissajous 检验); 幅值域方法; 模型构造法 等。

本文拟采用 Hilbert 变换检验, Hilbert 变换的重要意义在于它揭示了可实现的系统实部与虚部之间的相互依赖关系。实时间函数 f(t)的 Hilbert 变换由下式定义

$$\operatorname{HI}\left\{f(t)\right\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi} f(t) * \frac{1}{t} \tag{17}$$

该方法的基本思想是线性结构的频响函数的 实部和虚部服从 Hilbert 变换,即

$$Re(H(j\omega))=HI[Im(H(j\omega))]$$
 (18) 利用发动机喷管上 3 号点的频响函数,获得的  $X$ 、 $Y$  激励下频响函数的检测如图 2、3 所示

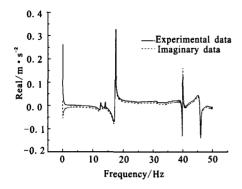


图 2 X 激励下频响函数 (X 分量) 检测 Fig. 2 FRF (X component) testing by X excitation

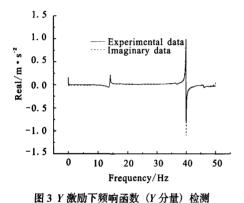


Fig. 3 FRF (Y component) testing by Y excitation

从上图可以看出,测量的频响函数实部(实 线)和虚部的 Hilbert 变换(虚线)之间完全重 合,这表明该发动机结构具有线性系统的特征, 可以用 ARMA 时序法进行参数识别。

### 2.3 ARMA 时序分析法参数识别

在该液体火箭发动机模态试验中力锤时域信 号如图 4 所示。

采用 ARMA 时序分析方法, 7 号点 (X分量)及12 号点 (Y分量)实测响应和拟合出的加速度响应如图 5、6 所示。

ARMA 时序分析法识别出的该发动机的前七阶固有频率和振型如表 1、2 所示,并且与 LMS TEST.LAB 模态分析系统进行对比。TEST.LAB 系统是目前模态分析领域的权威软件,分析结果可以作为参考。

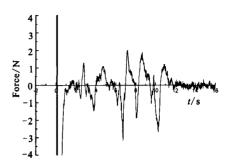


图 4 Y 激励下力锤信号 Fig. 4 Signal of hammer by Y excitation

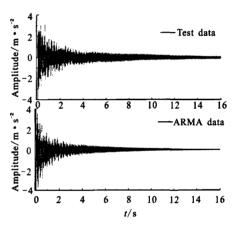


图 5 7 号点 (X 分量) 实测和 ARMA 拟合响应图 Fig. 5 No.7 point (X component) measurement and ARMA fitting response

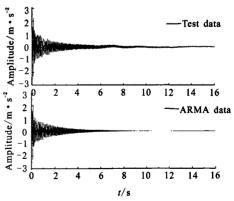


图 6 12 号点 (Y 分量) 实测和 ARMA 拟合响应图 Fig. 6 No.12 point (Y component) measurement and ARMA fitting response

表 1 ARMA 时序分析法识别出的固有频率(Hz)
Tab. 1 Natural frequencies identified by ARMA
time-sequence analysis

			Hz
阶数	ARMA 法	TEST.LAB	识别误差
第1阶	12.47	12.5	-0.20%
第2阶	14.02	14.00	0.17%
第3阶	17.49	17.40	0.56%
第4阶	34.14	34.80	-1.88%
第5阶	35.22	36.60	-3.74%
第6阶	39.95	39.90	0.13%
第7阶	44.98	46.00	-2.19%

表 2 识别出的发动机前 7 阶振型 Tab. 2 Identified 7 modes of the engine

阶数	振型描述	
第1阶	机架以下部分绕 Z 轴作扭转运动	
第2阶	发动机作 Y 方向单摆运动	
第3阶	发动机作近似 X 方向单摆运动	
第4阶	发动机作近似轴向(Z向)运动	
第5阶	发动机作 Y 方向二阶摆动	
第6阶	喷管的一阶呼吸模态	
第7阶	发动机作 X 方向二阶摆动	

## 3 结束语

由于频域参数识别的若干不足,本文将时域识别的 ARMA 时序分析法应用到液体火箭发动机

模态参数识别领域,结果表明该方法具有较高的 精度,同时该方法无需采用复杂的激振设备,避 免了功率泄露和频率混叠等因素的影响。

该方法只使用实测响应信号,无需 FFT,计算效率快,因而可以在线分析,使用设备简单。经推广后的该方法可以应用到液体火箭发动机工作环境下的识别。但是该方法由于不使用平均技术,因而分析信号中包含噪声干扰,所识别的模态中除系统模态外,还包含噪声模态。因此如何剔除噪声模态是该方法研究中的重要课题。

### 参考文献:

- [1] 朱宁昌, 董锡鉴, 王新龄, 等. 液体火箭发动机设计 (上) [M]. 北京: 宇航出版社, 1994.
- [2] 黄道琼, 张继桐, 何洪庆. 四机并联发动机低频动态特性 分析[J]. 火箭推进, 2004, 30 (4): 27-31.
- [3] 张贵田. 高压补燃液氧煤油发动机 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [4] 邹经湘, 于开平, 杨炳渊. 结构系统的时变参数识别方法 [J]. 力学进展, 2000, 30 (3): 370-377.
- [5] PANDIT S M, WU S M. Time series and system analysis with applications[M]. New York: Wiley, 1983.
- [6] 蔡季冰. 系统辨识[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1991.
- [7] 李春祥, 谈雅雅, 李锦华. 基于 ARMA 模型模拟高架桥的 脉动风速时程[J]. 振动与冲击, 2009, 28 (6): 46-51.
- [8] 郭永刚, 许亮化, 水小平. 基于脉冲响应数据的 ARMA 法 建模以及模态参数识别[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26 (5): 167-171.
- [9] 曹树谦, 张文德, 萧龙翔.振动结构模态分析: 理论、试验与应用[M]. 天津: 天津大学出版社, 2001.
- [10] 俞云书. 结构模态试验分析[M]. 北京: 宇航出版社, 2000.
- [11] 李晓斌, 王中伟, 张为华. 推进剂稳态燃速最优化辨识 [J]. 固体火箭技术, 2006, 29 (1): 28-30.

(编辑:王建喜)