

叶-盘系统振动特性有限元分析程序实现

陈泓宇, 田爱梅

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 引入空间八节点等参数单元, 对叶-盘结构进行了有限元网格划分。利用自行编制的有限元循环对称结构振动分析程序对叶-盘结构 (泵叶轮及涡轮叶轮) 进行了振动特性分析, 并与 ANSYS 软件计算结果进行了对比。经过对比, 本程序的计算结果与 ANSYS 软件的计算结果吻合良好, 从而验证了本计算程序具有良好的工程计算精度。

关键词: 叶-盘结构; 有限元分析; 振动分析程序

中图分类号: V430-34 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2011) 01-0040-06

Implementation of FEA program for vibration characteristics of bladed disk system

CHEN Hong-yu, TIAN Ai-mei

(School of Astronautics, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Isoparametric eight-node elements are adopted to gain parameterized modeling and finite element node generation. The FEA program was developed with FORTRAN language to analyze the vibration characteristics of the cyclic symmetry structure. The vibration characteristics of the pump impeller and the turbine impeller are analyzed, then the results are compared with that obtained by ANSYS software. It is proved that the FEA program provides with higher precision and stronger dependability, and can be used in engineering practice.

Keywords: structure of bladed disk; FEA; vibration analysis program

0 引言

带有空心叶片的轮盘, 其结构相当复杂。如果对整个结构采取有限元法进行分析, 系统的自

由度数目可达数十万, 就现有的计算条件而言, 很难实现。所以, 必须寻求某些降阶技术。

结构绕其轴每旋转一个角度 α , 结构 (包括材料常数) 与旋转前完全相同, 则将这种结构称为循环对称结构, 符合这一条件的最小旋转角 α

收稿日期: 2010-09-13; 修回日期: 2010-12-14

作者简介: 陈泓宇 (1986—), 男, 硕士, 研究领域为涡轮泵技术

称为循环周期。令 $N=2\pi/\alpha$, 则 N 必为一个整数, 称为循环对称的阶数。旋转机械中的叶-盘组件就是典型的循环对称结构之一。

本文将循环对称结构的振动方程归结为块循环矩阵的广义特征值问题, 从数学上进行降阶。据此自行编写了循环对称结构振动特性有限元分析程序, 并对两个叶-盘系统进行了振动特性分析。

1 循环对称结构振动特性分析模型

1.1 循环对称结构的运动方程

对图 1 所示的叶-盘结构进行有限元网格划分, 并选取各自的局部坐标系, 使这些局部坐标系也满足循环对称性要求。称扇区 S_k 的局部坐标系为其专用坐标系, 并将属于扇区 S_k 的节点位移在其专用坐标系中表示出来。

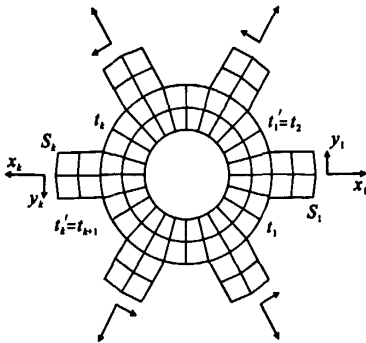


图 1 叶-盘系统的有限元网格和局部坐标系的选取
Fig. 1 Finite element mesh of bladed disk and selection of local coordinate system

在每一个扩充扇区 \bar{S}_k 中, 形成扩充扇区的质量、刚度矩阵, 记为 $m^{(k)}$ 、 $k^{(k)}$ ($k=1,2,\dots,N$)。由对称性可知, 各扇区的质量、刚度矩阵分别相同, 即

$$\begin{aligned} m^{(1)} &= m^{(2)} = \dots = m^{(N)} = m \\ k^{(1)} &= k^{(2)} = \dots = k^{(N)} = k \end{aligned} \tag{1}$$

m 为对称正定矩阵, k 为对称半正定矩阵, 在引入结构的边界条件以后, k 即成为对称正定矩阵。由各扩充扇区的刚度矩阵装配得到整体系

统的刚度矩阵

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & 0 & \dots & 0 & K_2^T \\ K_2^T & K_1 & K_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ K_1 & 0 & 0 & \dots & K_2^T & K_1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

该矩阵的特点是第 i 块行由第 $i-1$ 块行的元素向右移动一块列位置而得到。具有这种性质的矩阵称为块循环矩阵或块轮换矩阵。由各扩充扇区的质量矩阵装配可以得到与上述刚度矩阵结构形式类似的整体系统质量矩阵, 该矩阵也是块循环矩阵。

由此得到整体系统的运动方程

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0 \tag{3}$$

根据块循环矩阵的特点, 从群论的角度对运动方程 (3) 进行特征值问题的约化得到

$$(\beta_r - \lambda \alpha_r) \varphi_r = 0, \quad r=0,1,2,\dots,N/2 \tag{4}$$

$$(\hat{\beta}_r - \lambda \hat{\alpha}_r) \hat{\varphi}_r = 0, \quad r=1,2,\dots,N_f \tag{5}$$

其中, $N_f = \begin{cases} \frac{N}{2} - 1 & \text{当 } N \text{ 为偶数时} \\ (N-1)/2 & \text{当 } N \text{ 为奇数时} \end{cases}$

当 $r=0, N/2$ (N 为偶数) 时, α_r 和 β_r 退化为 n 阶实对称矩阵, 此时, 式 (4) 为 n 阶实对称矩阵的特征值问题

$$(\beta_0 - \lambda \alpha_0) \varphi_0 = 0, (\beta_{N/2} - \lambda \alpha_{N/2}) \varphi_{N/2} = 0 \tag{6}$$

循环对称结构的运动方程 (3) 最终转化为 n 阶复特征值问题 (4) 或等价的 $2n$ 阶实对称矩阵的特征值问题 (5) ($r=1,2,\dots,N/2-1$) 与 n 阶实对称矩阵特征值问题 (6) ($r=0, N/2, N$ 为偶数)。

1.2 循环对称结构的振动分析步骤

取扩充扇区 \bar{S}_1 为分析对象, 如图 2 所示, δ_i 表示界面 t_1 上的节点位移向量, δ_i' 表示界面 t_1' 上的节点位移向量, δ_e 表示扇区内部的节点位移向量, 最小旋转角 $\alpha=\pi/3$ 。

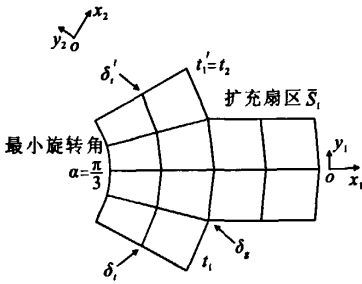


图2 扩充扇区有限元网格

Fig. 2 Finite element mesh of the expanded sector

装配得到扩充扇区 \bar{S}_1 的刚度矩阵 $\tilde{k} =$

$$\begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ig} & k_{ii'} \\ k_{gi} & k_{gg} & k_{gi'} \\ k_{i'i} & k_{i'g} & k_{i'i'} \end{bmatrix}$$

。上述矩阵与位移列阵 $[\delta_i, \delta_g, \delta_{i'}]^T$ 相对应。注意，基本扇区的节点位移列阵是 $\delta_1 = [\delta_i, \delta_g]^T$ 。

对界面 $i'_1 = i_2$ 上的节点位移向量进行变换，引入循环对称边界条件，修正刚度矩阵，从而形成复刚度矩阵 β_r 。复刚度矩阵为

$$\beta_r = K_1 + K_2 e^{i\alpha} + K_2^T e^{-i\alpha} =$$

$$\begin{bmatrix} k_{i'i'} + k_{ii} + k_{ii'} e^{i\alpha} + k_{i'i} e^{-i\alpha} & k_{ig} + k_{gi} e^{-i\alpha} \\ k_{gi} + k_{gi'} e^{i\alpha} & k_{gg} \end{bmatrix}$$

引入位移边界条件。施加位移边界条件，对相应的节点引入零位移约束。

重复上述步骤，用类似的方法可以得到复质量矩阵 α_r 。

将复质量矩阵 α_r 和复刚度矩阵 β_r 代入特征方程，转换为特征值问题进行求解。

据此，利用结构的循环对称性和复算法，通过对某一个扇区的分析，就可以确定整个叶-盘系统的模态特性。

2 程序的实现

循环对称结构振动分析需要对组装好的整体

刚度矩阵和整体质量矩阵进行修正（即引入循环对称边界条件），然后再对整体刚度矩阵和整体质量矩阵中的元素进行重组、形成复刚度矩阵和复质量矩阵。

根据前文数学模型，本文编制了循环对称结构振动特性分析程序。程序流程如图3所示。

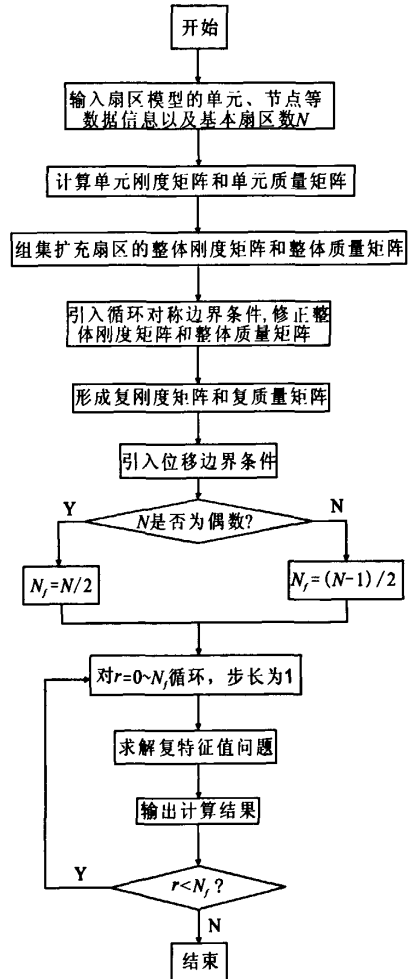


图3 程序流程图

Fig. 3 Flow chart of FEA program

求解广义特征值问题的方法有很多，广义雅可比法是求解对称矩阵特征值问题的常用且有效的方法之一，本文采用广义雅可比法求解广义特征方程。程序采用矩阵分块存储，运算技术减轻大型题目对内存造成的压力。

3 计算算例与分析

3.1 某真实涡轮叶轮结构的振动分析

图 4(a)是某真实涡轮叶轮的有限元模型, 其叶片数为 76, 具体参数由合作单位提供, 其材料为 GH4169, 工作转速为: 35000 r/min, 室温为 20 ℃。如图 4(b)所示取其叶-盘结构的 1/76 作为分析对象, 即整个叶-盘结构划分为 76 个基本扇区, 则最小旋转角 $\alpha=\pi/38$ 。采用空间八节点等参元, 将该扇区离散成 974 个单元、1583 个节点。材料属性为: 弹性模量 $E=2.03 \times 10^5$ MPa, 泊松比 $\mu=0.3$, 密度 $\rho=8.4 \times 10^{-9}$ ton/mm³。由于程序运行时间很长, 故限定循环次数为 50 次进行运算。

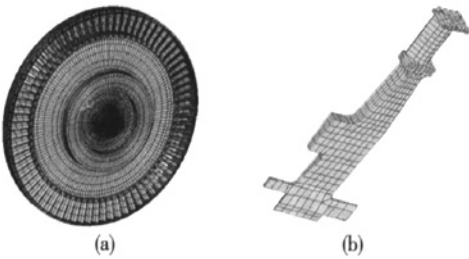


图 4 真实完整涡轮叶轮有限元网格模型(a)及涡轮叶轮的一个扇区(b)

Fig. 4 FEA model of real turbine impeller (a) and sector of turbine impeller (b)

表 1 给出了自编循环对称结构振动分析程序对涡轮叶轮计算求得的各节径前 5 阶固有频率值以及 ANSYS 软件的相应计算结果对比。

表 1 某涡轮叶轮振动分析各节径前 5 阶固有频率值

Tab. 1 Vibration analysis of first five natural frequencies of each nodal diameter for turbine impeller

				Hz
节径	阶次	本文程序	ANSYS	误差/%
0	1	440.982	393.37	12.1036
	2	2424.779	2180.3	11.2131
	3	5880.268	5339.8	10.1215
	4	6322.252	5787.7	9.2360
	5	12731.448	11495	10.7564
1	1	1342.491	1204.7	11.4378
	2	1333.613	1204.7	10.7008
	3	5563.507	5097.7	9.1376
	4	5533.074	5097.7	8.5406
	5	5848.465	5315.1	10.0349
2	1	2593.872	2337.5	10.9678
	2	2556.463	2337.5	9.3674
	3	7858.816	7209.5	9.0064
	4	7790.744	7209.5	8.0622
	5	11471.629	10478	9.4830
3	1	3787.087	3447.1	9.8630
	2	3755.381	3447.1	8.9432
	3	10667.645	9807.3	8.7725
	4	10545.868	9807.3	7.5308
	5	15925.946	14620	8.9326

忽略循环次数不足的影响,从表 1 中的计算结果以及误差值可以看出,对于简化的叶-盘结构,本文的计算程序具有良好的计算精度。

3.2 某真实氢泵叶轮结构的振动分析

所要分析的氢泵叶轮结构如图 5(a)所示。

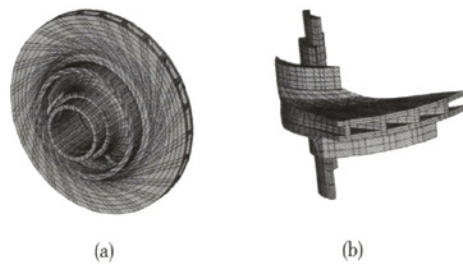


图 5 真实完整泵叶轮结构有限元网格模型(a)
及叶轮结构的一个扇区(b)

Fig. 5 FEA model of actual pump impeller (a)
and sector of turbine impeller (b)

其中长、中长、短叶片分别为: 6、6 及 12 个, 旋向为逆时针方向, 参数由他方提供, 材料为 GH4169, 额定工作转速为: 35000 r/min。叶轮工作时, 其处于高速旋转状态下, 在叶轮内径处约束周向及轴向位移, 为防止内径处结构过钢现象, 只约束少数几个节点, 并且这几个节点在同一个子午面内。如图 5 (b)取其 1/6 扇区为研究对象, 即整个叶-盘结构划分为 6 个基本扇区, 最小旋转角 $\alpha=\pi/3$ 。采用空间八节点等参元将该扇区离散成 2670 个单元、3977 个节点。结构的材料属性为: 弹性模量 $E=1.25\times10^5$ MPa, 泊松比 $\mu=0.3$, 密度 $\rho=4.46\times10^{-9}$ ton/mm³。由于程序运行时间很长, 故限定循环次数为 50 次进行运算。

表 2 给出了自编分析程序对氢泵叶轮结构进行振动分析求得的各节径前 5 阶固有频率值以及 ANSYS 软件的相应计算结果对比。

表 2 氢泵叶轮结构振动分析各节径前 5 阶固有频率值

Tab. 2 Vibration analysis of first five natural frequencies of each nodal diameter for hydrogen pump impeller

				Hz
节径	阶次	ANSYS	本文程序	误差/%
0	1	2129.8000	2121.407665	-0.39
	2	2560.1000	2517.968508	-1.65
	3	4942.7000	4906.246895	-0.74
	4	9248.6000	9263.949170	0.17
	5	11790.0000	11709.525680	-0.68
1	1	1288.0000	1247.855911	-3.12
	2	1288.0000	1247.855911	-3.12
	3	4224.8000	4214.937584	-0.23
	4	4224.8000	4214.937584	-0.23
	5	4702.1000	4707.305901	0.11
2	1	2492.9000	2438.351277	-2.19
	2	2492.9000	2438.351277	-2.19
	3	6546.2000	6589.854476	0.67
	4	6546.2000	6589.854476	0.67
	5	7136.9000	7185.016340	0.67
3	1	4651.6000	4683.943290	0.70
	2	4770.0000	4800.180960	0.63
	3	9180.2000	9135.764551	-0.48
	4	9180.7000	9136.774025	-0.48
	5	9452.3000	9427.811620	-0.26

忽略循环次数不足的影响,从表2中的计算结果以及误差值可以看出,对于真实氢泵叶轮结构,本文的计算程序仍具有良好的计算精度,从而表明了本文计算程序在工程应用上具有通用性和实用价值。

4 结论

本文将循环对称结构的振动方程归结为块循环矩阵的广义特征值问题,从数学上进行降阶,并自行编写了循环对称结构振动特性有限元分析程序,对两个叶-盘系统进行了振动特性分析。通过与有限元通用分析软件 ANSYS 模态分析结果的对比,表明了本文的计算程序具有良好的工程计算精度,具有工程实用价值。

参考文献:

- [1] 张锦,刘晓平. 叶轮机振动模态分析理论及数值方法 [M]. 北京:国防工业出版社,2001.
[2] 饶寿期. 有限元法和边界元法基础 [M]. 北京:北京航空

航天大学出版社,1990.

- [3] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京:清华大学出版社,2003.
[4] 胡海岩,程德林. 循环对称结构振动分析的广义模态综合法 [J]. 振动与冲击,1986 (4): 1-7.
[5] 骆天舒,戴韧. 向心透平叶轮振动频率的有限元分析 [J]. 上海理工大学学报,2004,26 (2): 117-120.
[6] 张锦,刘晓平. 叶轮机振动模态分析理论及数值方法 [M]. 北京:国防工业出版社,2001.
[7] 叶先磊,史亚杰. ANSYS工程分析软件应用实例 [M]. 北京:清华大学出版社,2003.
[8] 王相平,徐鹤山. 有限元计算中的叶片边界条件的选取 [J]. 航空发动机,1998 (4): 43-57.
[9] 史治宇,王鑫伟,严俊. 动力涡轮叶片的静态特性分析 [J]. 工程力学,2001 (Suppl.): 632-635.
[10] 苏建河,尤军锋. ANSYS 程序优化技术在固体火箭发动机设计中的应用 [J]. 固体火箭技术,2006,29 (5): 337-340.
[11] 李永兵,匡波,张中伟,等. 低温推进剂输送系统循环预冷非稳态数值模拟研究 [J]. 低温工程,2009 (1): 8-10.
[12] 梁权伟. 混流式转轮静强度和振动特性分析 [J]. 清华大学学报,2003,43 (12): 1649-1652.
[13] 高春山. 用有限元法分析轴流式通风机叶片的振动特性 [J]. 风机技术,1997 (1): 31-33.

(编辑:陈红霞)

(上接第16页)

- [14] SATO J, TSUE M, NIWA M, et al. Effects of natural convection on high-pressure droplet combustion [J]. Combust Flame 1990, 82: 142-150.
[15] MAYER W, TAMURAT H. Propellant injection in a liquid oxygen/gaseous hydrogen rocket engine [J]. J. of Propulsion and Power, 1996, 12 (6): 1127-1147.
[16] DECKER M, SCHIK A, MEIER U E, et al. Quantitative Raman imaging investigations of mixing phenomena in high-pressure cryogenic jets [J]. Applied Optics, 1998, 37 (24): 5620-5627.
[17] OSCHWALD M, SCHIK A. Supercritical nitrogen free jet

investigated by spontaneous Raman scattering [J]. Experiments in Fluids, 1999 (27): 497-506.

- [18] MAYER W, TELAAR J, BRANAM R, et al. Raman measurements of cryogenic injection at supercritical pressure [J]. J. of Heat and Mass Transfer, 2003, 39: 709-719.
[19] CHEHROUDI B, COHN R, TALLEY D, et al. Raman scattering measurements in the initial region of sub-and supercritical jets, AIAA 2000-3392 [R]. USA: AIAA, 2000.

(编辑:马杰)