

# 基于 Riks 方法的复合材料贮箱稳定性分析

廖云龙, 吴 剑

(上海空间推进研究所, 上海 201112)

**摘 要:** 探讨了 Riks 法计算原理, 分析其计算复合材料贮箱失稳的应用性, 并使用 Abaqus 求解器中的 Riks 方法对某贮箱的失稳算例进行分析。结果表明, 使用 Riks 法进行非线性失稳计算具有工程实用意义。

**关键词:** Riks 法; 复合材料; 压力容器; 失稳计算

**中图分类号:** V434-34 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2013) 05-0065-05

## Stability analysis based on Riks method for composite material vessel

LIAO Yun-long, WU Jian

(Shanghai Institute of Space Propulsion, Shanghai 201112, China)

**Abstract:** The calculation principle of Riks method is presented in this paper. The practicability of unstability calculation for composite material vessel is analyzed. An unstable example of a composite material vessel was analyzed with Riks method in Abaqus. The result shows that it has practical significance to calculate the nonlinear unstability of composite material vessel by Riks method.

**Keywords:** Riks method; composite material; pressure vessel; unstability calculation

### 0 引言

工程实际中大部分结构承载问题都是非线性的, 一般情况下, 可以应用基于特征值的线性方法对屈曲(Buckling)情况进行分析, 但很多时候材料非线性、几何非线性发生于屈曲之前, 为深入研究这类失稳问题, 需要应用非线性方法。

有限元分析中大多采用 Newton 法对非线性

问题进行比例加载求解, 而失稳问题超出传统 Newton 法的求解范围, 典型失稳曲线如图 1 所示。

在加载历程中, 承载能力  $P$  可能随着位移的增大而减小, 分析过程中, 极限载荷  $P_{lim}$  为待求未知量, 使用 Newton 法对递增加载过程进行求解, 如果  $P_{i+\Delta t} > P_{lim}$  将使得切线矩阵 (Jacobi 矩阵) 奇异<sup>[1]</sup>, 结果不能收敛, 导致求解失败。在这种情况下, 使用 Riks 法较为合适。

收稿日期: 2012-07-12; 修回日期: 2012-12-24

作者简介: 廖云龙 (1985—), 男, 工程师, 研究领域为结构仿真

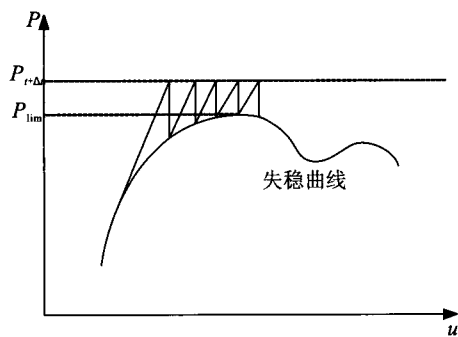


图1 典型失稳曲线

Fig. 1 Typical instability curve

## 1 Riks 法原理

Riks 法<sup>[2-3]</sup>是 Newton 非线性求解方法的一个分支,求解过程假定载荷沿弧长方向增加(或减小)。力学界对求解过程曾提出多种方案,其中比较著名的为 Crisfield 与 Ramm 的方案<sup>[4-5]</sup>。

具体过程如图 2 所示,整个求解过程划分为多个弧长步,每个弧长步进行若干次迭代。设比例增加的外载荷为  $\lambda P^N$ ,正则化为  $\lambda \bar{P}^N$ ;当前位移为  $u^N$ ,正则化为  $\bar{u}^N$ ,以矢量  $(\bar{u}^N; \lambda)$  表达当前弧长步计算结果。

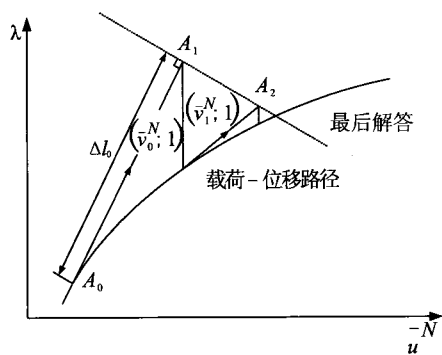


图2 Riks 法求解过程

Fig. 2 Solution procedure of Riks method

当弧长步求解过程已经到达  $A_0$  点,坐标如式 (1)

$$A_0 = (u_0^N; \lambda_0) \quad (1)$$

切线矩阵已知,依据 (2) 式求解初始向量  $v_0$

$$K_0^{NM} v_0^M = P^N \quad (2)$$

此时用户给定弧长,通过(3)式控制载荷增

长量与前进方向,求得载荷增量  $\Delta\lambda_0$ 。

$$\Delta\lambda_0^2 (\bar{v}^N; 1) : (\bar{v}^N; 1) = \Delta l^2 \quad (3)$$

在同一弧长步内,取得当前弧长步最后解答的迭代过程如下:

首先依据 (4) 进行初始化

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_0 \quad \Delta u_i^N = \Delta\lambda_0 v_0^N \quad (4)$$

对于第  $i$  步迭代 ( $i=1, 2, 3, 4, \dots, n$ )

a) 依据有限元基本公式 (5) 组装当前内力向量  $I^N$ , 切线矩阵  $K^{NM}$

$$I^N = \int_V \beta^N : \sigma dV \quad K^{NM} = \frac{\partial I^N}{\partial u} \quad (5)$$

b) 应用式(6)检查余量

$$R_i^N = (\Delta\lambda_0 + \Delta\lambda_i) P^N - I^N \quad (6)$$

如果余量满足预先给定的收敛条件,则退出迭代,开始新的弧长步。

c) 求解方程(7)

$$K^{NM} \{v_i^M; c_i^M\} = \{P^N; R_i^N\} \quad (7)$$

d) 设  $A^i$  点矢量放大倍数  $\mu$ , 依据垂直条件 (8)约束的求解平面

$$\{(0; -\rho_i) + (c_i^N; \rho_i) + \mu(v_i^N; 1)\} : \{\bar{v}_0^N; 1\} = 0 \quad (8)$$

求得  $\mu$ , 则  $A^{i+1}$  点可以表示为式(9)

$$(u_0^N + \Delta u_i^N + c_i^N + \mu v_i^N; \lambda_0 + \Delta\lambda_i + \mu) \quad (9)$$

其中  $\rho_i$  为余量在载荷向量方向投影, 见式(10)

$$\rho_i = \frac{R_i^N P^N}{|P|^2} \quad (10)$$

e) 依据式 (11) 更新各变量

$$\Delta u_{i+1}^N = \Delta u_i^N + c_i^N + \mu v_i^N$$

$$\Delta\lambda_{i+1} = \Delta\lambda_i + \mu$$

$$i = i + 1 \quad (11)$$

返回步骤 a) 开始下一步迭代,直至满足收敛条件退出迭代过程。

Abaqus 求解器引入该方法时,对方法进行进一步改进,即在迭代步骤 b) 中将  $v_0$  同步更新为  $v_i$ , 广义上每步迭代求解平面垂直于上一步迭代向量而非垂直于初始矢量。

2 应用实例

国内外已有将 Riks 法应用到金属压力容器弹性分析、局部屈曲问题的相关研究<sup>[6-10]</sup>, 本文利用 Abaqus 求解器, 将 Riks 法应用于复合材料薄壁贮箱失稳问题分析。

某铝合金内衬纤维缠绕复合材料贮箱在满载轴向振动过程中出现失稳现象。其典型的非线性特性导致线性动力学分析不能满足分析要求。为捕捉其失稳完整过程, 采用静力学加载方式, 应用 Riks 法对失稳全程进行分析。

2.1 有限元模型

如图 3 所示, 建立有限元网格模型。  
复合材料层使用与内衬单元外表面共节点的 4 节点壳体单元建模。

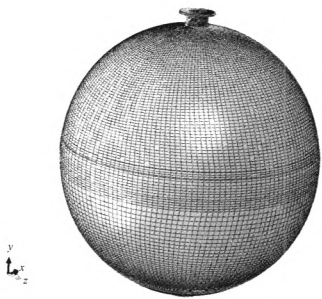


图 3 贮箱网格模型  
Fig. 3 Mesh model of the vessel

2.2 材料特性

贮箱内衬材料为铝合金, 缠绕层材料为碳纤维复合材料, 材料性能参数如表 1~3 所示, 依据缠绕几何性质, 使用 Python 脚本赋予复合材料壳体单元变角度变、厚度材料属性。贮箱内液体重力等效为随高度变化的内压。

表 1 铝合金力学性能  
Tab. 1 Mechanical properties of 5A06

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	延伸率/%
铝合金	67	0.3	2.7	14

表 2 单层板复合材料性能  
Tab. 2 Properties of single-layer composite material

材料	纵向模量/GPa	横向模量/GPa	剪切模量/GPa	主泊松比	副泊松比	密度/(g·cm <sup>-3</sup> )
碳纤维/环氧树脂	184.5	10.7	4.9	0.26	0.29	1.693

表 3 纤维缠绕参数  
Tab. 3 Parameters of winding fiber

层号	缠绕方向	极孔直径/mm	厚度/mm
1	纵向	140	0.35
2	纵向	270	0.46
3	纵向	500	0.57
4	纵向	740	0.7
5	纵向	980	0.91
6	环向	--	1.8



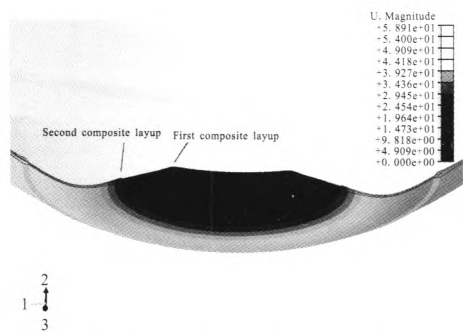


图 9 二级失稳点位移云图

Fig. 9 Offset nephogram at second unstable point

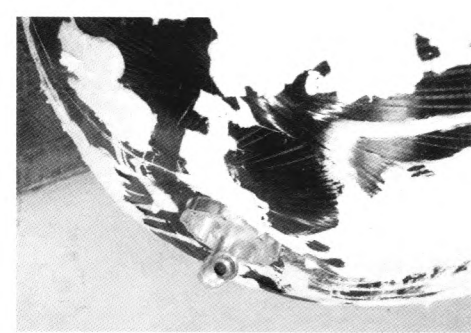


图 10 试验失稳图片

Fig. 10 Picture of instability taken in test

3 结论

使用 Riks 法对复合材料贮箱进行非线性稳定性分析的结果与试验现象相符较好, 表明 Riks 法适用于薄壁复合材料贮箱稳定性分析。

参考文献:

[1] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社.  
[2] RIKS E. An incremental approach to the solution of solu-

tion and buckling problems[J]. Solids and Structures, 1979(5): 765–801.  
[3] POWELL G J. Improved iterative strategy for nonlinear structures [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1981 (17): 1455–1467.  
[4] CRISFIELD M A. A fast incremental/iteration solution procedure that handles ‘snap-through’ [J]. Computers and Structures, 1981 (1/3): 55–62.  
[5] CRISFIELD M A. Snap-through and snap-back response in concrete structures and the dangers of under-integration[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1986 (1/3): 751–767.  
[6] GIRISH J, RAMACHANDRA L S. Nonlinear static response and free vibration analysis of doubly curved cross-ply panels[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2007 (20): 45–52.  
[7] HU H T. Buckling optimization of fiber-composite laminate shells considering in -plane shear nonlinearity [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 1994, 8(2/3): 168–173.  
[8] 陶伟明, 杨娅君. 内压作用下压力容器封头局部屈曲分析[J]. 机械工程学报, 2004 (7): 190–194.  
[9] 万力, 陶伟明. 由初始几何缺陷引起的薄壁压力容器在内压作用下的局部非线性屈曲[J]. 核动力工程, 2004 (5): 51–55.  
[10] 张彤, 汤国伟. 内压作用下碟形封头压力容器的弹塑性屈曲行为分析[J]. 化工机械, 2010 (7): 42–46.  
[11] 朱琳, 唐国安, 柳征勇, 等. 推进剂与贮箱液固耦合振动的动力学分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(5): 139–143.  
[12] ABRAMSON H N. The dynamic behavior of liquids in moving containers [C]. Washington DC: NASA -SP - 106, 1966.  
[13] 周广文. 推进剂贮箱优化设计的思考[J]. 导弹与航天运载技术, 2011 (1): 26–28.  
[14] 刘文一, 米晓莉. 火箭发动机贮箱振动特性分析[J]. 装备环境工程, 2009, 6(6): 28–31.

(编辑: 陈红霞)