

补燃循环发动机推力调节过程建模与仿真研究

陈宏玉, 刘红军

(西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100)

摘 要: 以补燃循环液氧煤油发动机为研究对象, 对其推力调节特性进行了研究。建立了描述补燃循环发动机瞬变过程的数学模型, 提出了求解供应系统管路内液体瞬变流控制方程的 Chebyshev 伪谱方法, 应用该模型对补燃循环液氧煤油发动机的推力调节特性进行了仿真计算, 并将计算结果与试验数据进行了对比分析, 验证了模型和算法的合理性。研究表明: 对于所研究的补燃循环发动机系统而言, 通过调节发生器中较少组元的流量, 改变涡轮泵的功率, 可很好地实现调节推力的目的, 且该推力调节系统具有良好的动态调节品质和很强的抗干扰性。

关键词: 液体火箭发动机; 补燃循环; 推力调节; 数值仿真; Chebyshev 伪谱方法

中图分类号: V434-34 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2014) 01-0018-07

Modeling and simulations on the thrust regulation process of staged combustion cycle rocket engine

CHEN Hong-yu, LIU Hong-jun

(Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

Abstract: The thrust regulating characteristics of the staged combustion cycle LOX/kerosene engine were investigated. The mathematical model of transient process of the engine was developed based on modular modeling means. The nonlinear hyperbolic partial differential equations governing the unsteady flow of pipelines were solved by the Chebyshev pseudo-spectral method. The thrust regulation process of the staged combustion LOX/kerosene Rocket Engine was simulated using the models and the new numerical technique. Results from the numerical simulation agree well with the ground-test data, demonstrating that the methods can accurately predict the transient behavior of the engine. The results show that regulating the less flow rate propellant of the preburner for staged combustion cycle engine can realize thrust regulation. The thrust regulation system has excellent dynamic regulation quality and strong anti-interference ability.

Keywords: liquid propellant rocket engine; staged combustion cycle; thrust regulations; numerical simulation; Chebyshev pseudo-spectral method

收稿日期: 2013-08-13; 修回日期: 2013-08-29

基金项目: 国家 863 项目(2012AA702302)

作者简介: 陈宏玉 (1982—), 男, 博士研究生, 研究领域为液体火箭发动机系统仿真

0 引言

液体火箭发动机的推力调节不仅是运载火箭优化飞行轨道、降低飞行过载和起动载荷、提高有效载荷入轨精度的有效手段, 同时也是增加发动机适应性的主要措施^[1-2]。因此, 推力调节是液体火箭发动机发展的重要方向之一。

早在 20 世纪初, R H Goddard 就提出了火箭发动机推力控制与调节的必要性问题。经过近一个世纪的努力, 不仅从理论上对推力调节进行了深入的研究, 还研制成功了多种著名的推力可调的液体火箭发动机, 如美国 Pratt & Whitney 公司成功研制的航天飞机主发动机 SSME^[3], 推力调节范围为 65%~109% 额定工况; 前苏联研制的液氧煤油补燃循环液体火箭发动机 NK-33 的推力调节范围为 23%~115% 额定工况^[4]; 由美国和俄罗斯联合研制的液氧煤油补燃循环发动机 RD-180^[5], 推力调节范围为 47%~100% 额定工况; 法国研制的 HM-60 液氢液氧发生器循环发动机, 推力可在 89%~113% 额定工况范围内调节^[6]。目前, 我国在补燃循环发动机推力调节技术方面也开展了研究工作^[1-2]。

发动机推力大范围调节过程中, 系统参数变化剧烈, 各组合件通常偏离设计点工作, 会引起性能下降, 严重时会导致无法正常工作。因此, 有必要对其调节过程进行深入研究。本文以一种液氧煤油补燃发动机为研究对象^[7], 建立了发动机推力调节过程的数学模型, 通过仿真获得了发动机推力调节特性, 其结论对补燃循环发动机设计和应用具有一定参考价值。

1 发动机系统动力学模型

1.1 发动机系统

所研究的液体火箭发动机为泵压式富氧发生器补燃循环的单燃烧室发动机, 氧化剂为液氧, 燃料为煤油, 采用化学点火, 强迫起动。发动机系统由推力室、燃气发生器、涡轮、氧化剂泵、燃料泵 (包括燃料一级泵和燃料二级泵)、氧化剂预压泵、推力室燃料阀、发生器燃料阀、发

生器氧化剂阀、火药起动器、起动涡轮、燃气管路、液体管路等组成。系统简图如图 1 所示。

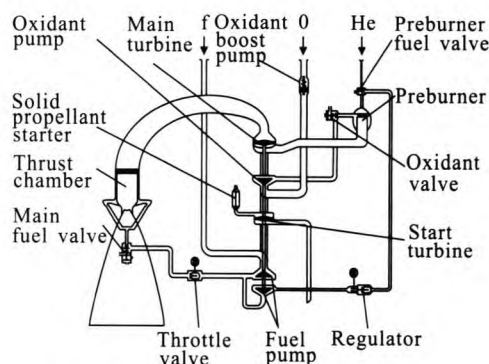


图 1 液氧煤油补燃循环发动机系统简图

Fig.1 Staged combustion LOX/kerosene rocket engine system schematic

发动机推力调节时, 利用安装在发生器燃料供应路的流量调节器, 改变进入发生器的组元流量的配比关系, 使发生器的混合比发生变化, 进而改变发生器中燃气的温度, 这将导致涡轮功率的变化, 使得进入推力室的推进剂流量根据需要进行增加或减少, 从而实现发动机的推力调节。

1.2 液体管路模型

假设管道内推进剂流动是一维绝热有摩擦的液体瞬变流, 摩擦损失均按准稳态处理, 则描述管道内液体瞬变流的基本方程包括连续方程和运动方程, 是一对拟线性双曲型偏微分方程组, 具体形式如下^[8]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{a^2}{A} \frac{\partial q_m}{\partial x} = 0, \quad x \in [0, L] \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} + A \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f}{2\rho DA} q_m |q_m| = 0, \quad x \in [0, L] \quad (2)$$

式中: p 为 x 断面的流体平均压力; q_m 为 x 断面的流体平均质量流量; ρ 为流体密度; a 为压力波传播速度; f 为管壁摩擦损失系数。

1.3 涡轮泵组件模型

如果假设涡轮泵转子作为一个整体转动, 不考虑氧泵和燃料泵之间弹性轴的影响, 那么根据能量守恒可以得到涡轮泵的功率平衡方程:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_t - \sum M_p \quad (3)$$

式中: J , ω , M_t 和 M_p 分别为涡轮泵的转动惯量、角速度、涡轮扭矩和泵扭矩。其中涡轮扭矩 $M_t = q_{mt} L_{oad} \eta_t / \omega$, L_{oad} 为涡轮绝热功; q_{mt} 为涡轮流量; η_t 为涡轮效率。泵的扭矩特性和扬程特性可以通过水试得到; $M_p = M_p(\omega, q_{mp})$, $\Delta p = \Delta p(\omega, q_{mp})$, 其中 q_{mp} 为泵的流量。

1.4 热力组件模型

热力组件包括发动机推力室、燃气导管和发生器, 其动力学模型是类似的。在建立热力组件模型时作如下假设^[9]: 1) 进入热力组件中的液相推进剂在经过一个燃烧时滞 τ 后, 变为气相的燃烧产物; 2) 每一瞬时, 燃烧装置中的压力、混合比、温度分布均匀, 燃气在腔中整体变化; 3) 气相燃烧产物遵循理想气体定律; 4) 不考虑波动过程。

液体氧化剂、燃料、燃烧产物的质量积累:

$$\frac{dm_{lf}}{dt} = q_{mli} - q_{mle} - \frac{m_{lf}}{\tau_f} \quad (4)$$

$$\frac{dm_{lo}}{dt} = q_{mloi} - q_{mloe} - \frac{m_{lo}}{\tau_o} \quad (5)$$

$$\frac{dm_g}{dt} = q_{mgi} - q_{mge} + \frac{m_{lf}}{\tau_f} + \frac{m_{lo}}{\tau_o} \quad (6)$$

式中: m_{lf} , m_{lo} 和 m_g 分别为热力组件中积存的液体燃料、液体氧化剂和燃气质量; q_{mli} , q_{mloi} , q_{mgi} , q_{mle} , q_{mloe} 和 q_{mge} 分别为流入流出热力组件的燃料、氧化剂和燃气的质量流量; τ_o 和 τ_f 分别是氧化剂和燃料的转化时间。

推进剂组元混合比:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r+1}{m_g} \left[\frac{m_{lo}}{\tau_o} + \frac{r_i}{r_i+1} q_{mgi} - r \left(\frac{m_{lf}}{\tau_f} + \frac{1}{r_i+1} q_{mgi} \right) \right] \quad (7)$$

式中: r_i , $\frac{r_i}{r_i+1} q_{mgi}$ 和 $\frac{1}{r_i+1} q_{mgi}$ 分别为热力组件入口处燃气的推进剂组元混合比以及燃气中所占的氧化剂与燃料质量。

燃气腔中燃烧产物 RT 值:

$$\tau_g \frac{dRT}{dt} = RT(r, p) - RT \quad (8)$$

式中: τ_g 为燃气在热力组件中停留时间; $RT(r, p)$ 为对应于混合比 r 和压力 p 时的理论 RT 值。

热力组件容腔内的压力:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT}{V - \frac{m_{lf}}{\rho_f} - \frac{m_{lo}}{\rho_o}} \frac{dm_g}{dt} + \frac{p}{RT} \frac{dRT}{dt} + \frac{p}{V - \frac{m_{lf}}{\rho_f} - \frac{m_{lo}}{\rho_o}} \left(\frac{1}{\rho_o} \frac{dm_{lo}}{dt} + \frac{1}{\rho_f} \frac{dm_{lf}}{dt} \right) \quad (9)$$

式中: V 为热力组件的容积; ρ_o 和 ρ_f 分别为氧化剂和燃料的密度。

1.5 流量调节器模型

流量调节器是发动机推力调节的控制元件, 其特性对推力调节过程起着关键作用。流量调节器结构示意图如图 2 所示^[10]。主要由流量调节和流量稳定两个部分组成。流量调节部分由齿条组件和节流口构成; 稳流部分则由滑套、调节弹簧、阻尼孔、滑阀口等组成。调节器工作时, 液体介质从调节器入口流入, 经过节流口、中间腔和滑阀口流到调节器出口腔。通过齿条组件可以调节节流口的流通面积, 改变调节器输出的稳态流量。滑套在调节弹簧和节流口前后压差的作用下, 可以往复运动, 从而在调节器工作压降发生变化时, 改变滑阀口的流通面积, 维持第一道节流装置一节流口上的压差基本恒定, 从而保证稳定的输出流量。

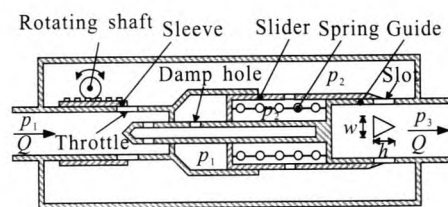


图 2 稳流型流量调节器示意图

Fig. 2 Schematic of the output-flow stabilized regulator

滑阀受力模型:

$$m \frac{d^2 x_H}{dt^2} = A_p (p_1 - p_2) + F_V - F_{T0} - B_v v - K x_H \quad (10)$$

式中: x_H 为滑阀位移; p_1 和 p_2 分别为调节器入口和中间腔压力; A_p 为滑套的压力作用敏感面积; F_{T0} 为调节弹簧的初装力; K 为调节弹簧的刚度; m 为流量调节器中运动件的折算质量; B_v 为折算

摩擦; F_v 为滑套所受的液动力。

由电机转角决定的节流口流通面积:

$$A_j = f(\alpha) \quad (11)$$

式中: A_j 为节流口流通面积; α 为调节器电机转角。

2 数值计算方法

管路内流体瞬变流动控制方程 (1) 和 (2) 是一对非线性双曲型偏微分方程组。目前常用的数值求解方法有特征线方法 (MOC)^[8,11]、有限元方法 (FEM) 和有限体积法 (FVM), 特征线方法的特点是: 数值方法简便, 运算稳定性较好, 但对于复杂管网系统, 采用特征线方法在时间步长协调上比较困难, 边界条件的处理也比较复杂^[12]。有限元法单元分割灵活, 边界处理简单, 但计算效率不高。谱方法是一种偏微分方程离散方法, 由于其具有有限差分 and 有限元无法比拟的“无穷阶”的收敛速度, 一直受到研究者的青睐^[13]。本文采用谱方法中的 Chebyshev 伪谱方法 (Pseudo-spectral) 解算管路内流体瞬变流动。

管道内液体瞬变流基本微分方程 (1) 和 (2) 其空间定义域为 $[0, L]$, 这里做坐标变换, 令 $y = 2x/L - 1$, 方程 (1) 和 (2) 变换为:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{2a^2}{AL} \frac{\partial q_m}{\partial y} = 0, \quad y \in [-1, 1] \quad (12)$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} + \frac{2A}{L} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{f}{2\rho DA} q_m |q_m| = 0, \quad y \in [-1, 1] \quad (13)$$

选用 Chebyshev 伪谱方法求解偏微分方程 (12) 和 (13), Chebyshev-Gauss-Lobatto (CGL) 网格点为 $y_j = -\cos \frac{\pi}{N} j$ ($j=0, 1, 2, \dots, N$), 方程中空间导

数项 $\frac{\partial p}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial q_m}{\partial y}$ 在 CGL 网格点处的值可近似为:

$$\frac{\partial p}{\partial y}(y_j, t) \approx \sum_{j=0}^N d_{jk} p(y_j, t) \quad (14)$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial y}(y_j, t) \approx \sum_{j=0}^N d_{jk} q_m(y_j, t) \quad (15)$$

式中: $j=0, 1, 2, \dots, N$; d_{jk} 为 Chebyshev 微分矩阵, 具体表达式为^[14]:

$$d_{jk} = \begin{cases} \frac{c_j(-1)^{j+k}}{c_k x_k - x_j}, & j \neq k \\ \frac{x_j}{2(1-x_j^2)}, & 1 \leq j=k \leq N-1 \\ -\frac{2N^2+1}{6}, & j=k=0 \\ \frac{2N^2+1}{6}, & j=k=N \end{cases} \quad (16)$$

其中, $c_k = \begin{cases} 2, & k=0, N \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。

对于具有间断解或参数大梯度变化的问题, 直接应用配置点谱方法往往会导致失败。在间断点附近会有很大的振荡, 这类问题可通过在方程中引入粘性项加以解决^[15-19]。现将近似解 (14) 和 (15) 带入式 (12) 和 (13) 中, 并引入超谱粘性项, 原偏微分方程离散成一组常微分方程:

$$\frac{\partial p}{\partial t}(y_j, t) = -\frac{2a^2}{AL} \sum_{k=0}^N d_{jk} q_m(y_j, t) + \varepsilon(-1)^{j+1} Q^{2s} p(y_j, t), \quad j=0, 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial t}(y_j, t) = -\frac{2A}{L} \sum_{k=0}^N d_{jk} p(y_j, t) - \frac{f}{2\rho DA} q_m(y_j, t) |q_m(y_j, t)| + \varepsilon(-1)^{j+1} Q^{2s} q_m(y_j, t), \quad j=0, 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

其中, 粘性振幅 $\varepsilon = CN^{1-2s}$; Q 是粘性算子。

$$Q = \sqrt{1-y^2} \frac{\partial}{\partial y} \quad (19)$$

先对 Chebyshe 多项式求 Q^2 算子

$$Q^2 T_k(y) = \sqrt{1-y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\sqrt{1-y^2} \frac{\partial}{\partial y} T_k(y) \right] = -k^2 T_k(y) \quad (20)$$

可知, Chebyshev 多项式可认为是 Q^2 算子在特征值为 $-k^2$ 时的特征函数^[15]。

方程 (17) 和 (18) 中未考虑具体边界, 在具体应用中, 用边界条件代替上式中相应项, 即可求解。常微分方程采用经典 4 阶 Runge-Kutta 法求解。

3 计算结果及分析

利用上述模型和方法, 对补燃循环液氧煤油

发动机推力由低工况上调至额定工况的推力调节过程进行了仿真计算, 调节器电机转角由低工况转角线性调节至额定工况转角, 计算结果如图 3 和图 4 所示, 图中曲线为推力调节时发动机参数和额定工况参数的比值, 其中 n_t 为涡轮泵转速; p_{gs} 和 T_{gs} 分别为发生器压力和温度; q_{mf} 为进入发生器的燃料质量流量; p_c 和 r_c 为推力室压力和混合比; n_{tpp} 和 p_{tpp} 分别为氧预压泵转速和入口压力; Δp 为流量调节器压降。

从图 3 和图 4 可知, 当流量调节器电机转角

增大时, 调节器入口节流面积增大, 发生器燃料路流阻减小, 进入发生器的燃料流量增加, 发生器混合比减小, 发生器温度升高, 发生器压力增高, 主涡轮功率增加且主涡轮转速增加, 泵后压力升高, 进入发动机的推进剂流量增加、推力升高。图 3 中还给出了发动机主要参数如涡轮泵转速、发生器压力、推力室压力的仿真计算结果与地面试验结果的对比。与地面试验数据的比较表明, 计算结果均与试验值吻合地很好, 验证了仿真结果的正确性。

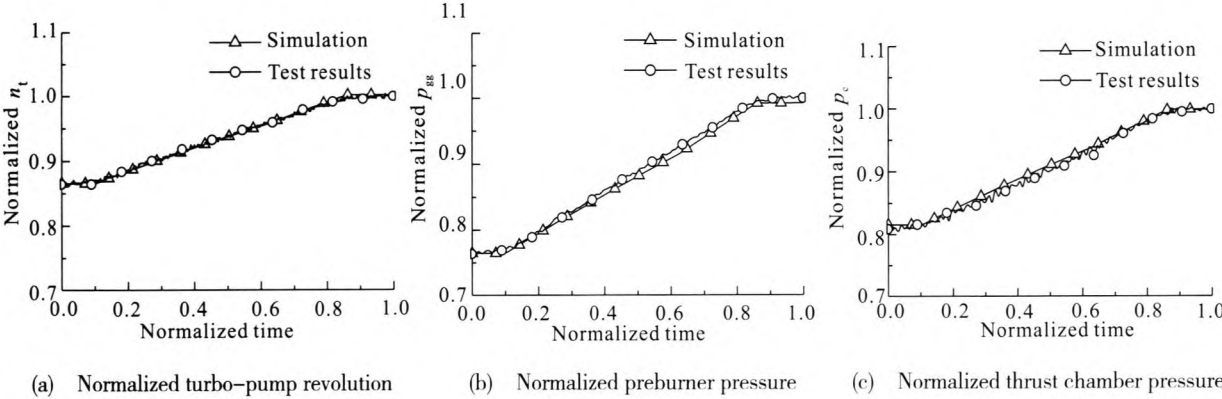


图 3 仿真结果和试验结果对比

Fig. 3 Comparison between ground-test results and simulation results

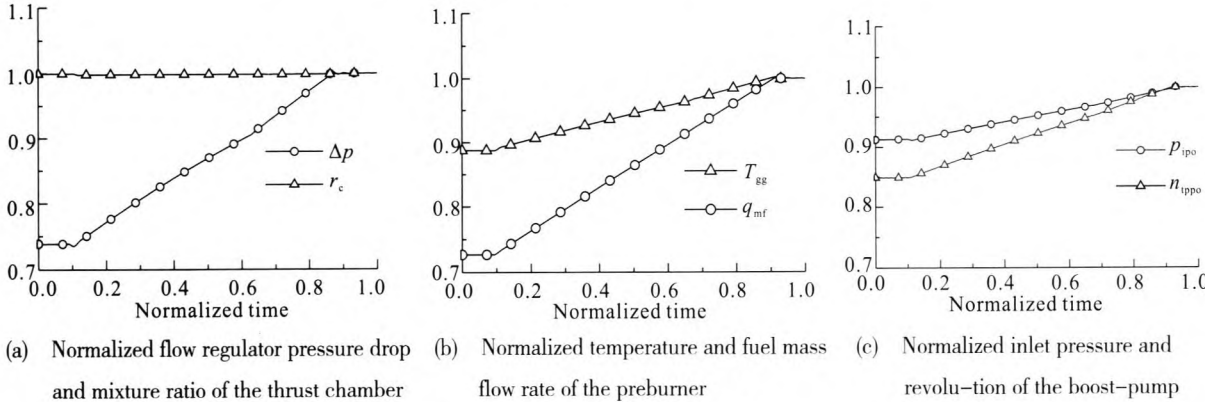


图 4 发动机推力调节过程仿真结果

Fig. 4 Simulation results of engine thrust regulating process

3.1 流量调节器加阶跃信号时系统响应特性

在额定工况下对调节器电机转角施加 6° 的阶跃信号, 涡轮转速、发生器压力、发生器温度以及发动机推力随时间变化曲线如图 5 所示。

由以上仿真结果可以看出, 当流量调节器电机转角瞬时变大, 进入发生器的燃料流量瞬时增大时, 发动机系统各参数均出现一定幅度的超

调, 但超调量很小, 且很快趋于稳态值。当调节器电机转角瞬时变化量达到 6° 时, 发生器温度、发生器压力、推力室压力以及涡轮转速等参数中最大超调量为 3.5%。随后由于流量调节器的稳流作用, 进入燃气发生器的燃料流量趋于稳定, 各参数也趋于稳定, 且达到稳定的时间较短, 约 0.6 s 左右趋于稳态值。

由分析可知, 流量调节器受阶跃干扰时, 发生器的压力、温度、推力室压力及涡轮泵转速等主要参数虽有超调, 但量相对较小, 且可在短时间内达到稳定。因此, 推力调节系统对阶跃干扰的响应特性较好, 可以保证较高的调节品质。

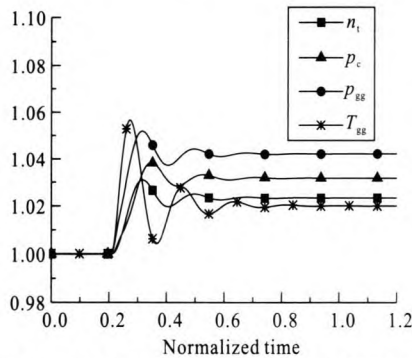


图 5 流量调节器加阶跃信号时系统响应特性
Fig. 5 Dynamic response of flow regulator as step signal is added

3.2 调节速率的影响规律

由于发动机推力变化靠调节器实现, 下面对

流量调节器调节速率对推力调节过程的影响进行分析。图 6 所示为推力从低工况上调至额定工况, 调节时间分别为 0.1 s, 0.5 s 和 1.0 s 时发动机推力、发生器温度的变化情况。从仿真结果看到, 当调节时间为 0.5 s 和 1.0 s 时, 调节过程均没有出现大的变化峰值和波动现象, 调节过程平稳, 系统工作稳定。但当调节时间为 0.1 s 时, 发动机参数会出现波动, 其中发生器温度的波动较大, 这在发动机提高工况过程中具有一定的风险。因为高工况下温度出现较大波动时, 对应的发生器压力也很高, 容易造成涡轮的烧蚀。

由上分析可知, 对于补燃循环发动机系统, 当发动机推力由低工况向额定工况调节, 调节速率较慢时 (调节时间大于 0.5 s), 推力调节过程各参数过度平稳。但如果调节速率过快, 会导致各系统参数过渡过程振荡较大, 对发动机工作的稳定性和可靠性可能会造成不利的影响。因此, 发动机推力调节速率不宜过快。

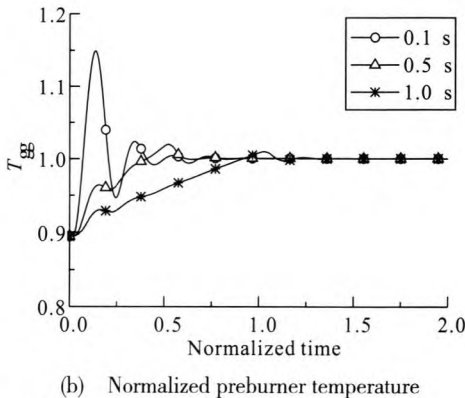
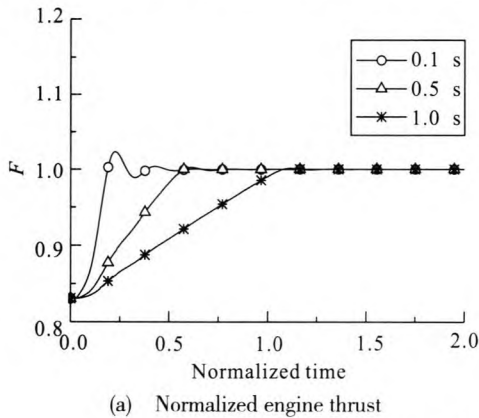


图 6 调节速率对发动机系统的影响

Fig. 6 Effect of regulating rate on the engine system

3.3 大范围调节过程中组合件工作适应性分析

发动机系统推力调节过程, 各组合件的工作点通常会偏离设计点, 此时会引起性能下降, 严重时会导致无法正常工作。因此, 必须对推力大范围调节过程中的组合件适应性进行研究。

图 4 (a) 给出了发动机推力由低工况上调至额定工况时推力室混合比变化情况。由图 4 (a) 可知, 在发动机推力调节过程中推力室混合比变化不大。这是由于该发动机采用的是涡轮泵同轴

式, 主涡轮转速增加时氧化剂流量和燃料流量同时增加。推力调节过程还影响推力室的强度、冷却性能和稳定性。发动机推力越大, 室压越高, 热流密度也越大, 同时推力越大, 流经冷却通道的燃料流量越大, 冷却性能越好。

发动机推力调节过程对发生器的影响较大, 由于推力调节是通过改变发生器的混合比和温度来实现的, 因此推力在大范围变化时, 发生器的混合比和温度变化很大。图 4 (b) 给出了发动机

推力上调时发生器温度变化情况, 推力升至高工况时温度升高了 84 ℃, 富氧燃气温度升高影响燃气导管和涡轮的可靠性。因此, 补燃循环发动机推力最大上调幅值不宜过大。推力下调时, 发生器的温度降低, 混合比变大, 燃料流量大幅减小, 喷嘴压力减小, 影响发生器的燃烧稳定性。

对于涡轮泵而言, 推力升高时发生器燃气的温度升高, 影响涡轮的工作可靠性。推力降低时还影响氧泵汽蚀程度。推力降低后, 氧预压泵的转速减小, 预压泵的流量也减小, 两种因素综合影响后氧泵入口压力变化较小, 如图 4 (c) 所示。

流量调节器是推力调节的控制元件, 但推力调节反过来影响流量调节器的工作环境。根据流量调节器的工作原理, 流量调节器压降只有在一定范围内才能正常工作。在推力调节过程中, 流量调节器的压降随着推力的上升而增加, 随推力下降而降低, 如图 4 (a) 所示。因此, 发动机推力大范围调节时应保证流量调节器可靠工作。

4 结论

通过建立补燃循环发动机推力调节过程的数学模型, 进行了发动机系统推力调节特性的研究, 根据仿真计算和结果分析, 得到以下结论:

1) 发动机推力调节过程仿真计算结果和实际试验吻合较好, 表明文中所建立的数学模型能够真实地反映了补燃循环发动机推力调节特性。

2) 额定工况下, 给调节器施加干扰信号时, 发动机能在较短的时间内达到新的稳态, 且参数过度平滑, 稳定性好。说明发动机调节系统的抗干扰能力强, 能保证较高的调节品质。

3) 在一定速率下发动机推力的调节过程均能保持平滑变化, 推力调节过程各参数过度平稳。但如果调节速率过快, 会导致各系统参数过渡过程振荡较大, 可能会对发动机工作的稳定性和可靠性造成不利的影响。

4) 由于补燃循环发动机推力调节时, 对发生器温度的影响较大, 推力向上调节幅度不宜过大; 发动机系统各组合件对推力大幅度向下调节的适应性较强。

参考文献:

- [1] 刘红军. 液氧/煤油火箭发动机推力和混合比的非线性调整研究[J]. 推进技术, 1998, 19(4): 18-21.
- [2] 张小平. 补燃循环发动机推力调节研究[J]. 火箭推进, 2008, 34(4): 1-5.
- [3] PETERSON T J. Development history of the Space Shuttle Main Engine, AIAA86-1635[R]. USA: AIAA, 1986.
- [4] ANISIMOV V S. Evolution of the NK-33 and NK-34 Reusable LOX/Kerosene engines, AIAA97-2680 [R]. USA: AIAA, 1997.
- [5] KATORGIN B I, CHVANOV V K, CHELKIS F J. RD-180 Engine production and flight experience, AIAA2004-3998 [R]. USA: AIAA, 2004.
- [6] 邢继发. 世界导弹与航天发动机大全[M]. 北京: 军事科学出版社, 1999.
- [7] 杨永强, 刘红军, 徐浩海, 等. 补燃循环发动机强迫起动研究[J]. 火箭推进, 2011, 37(2): 14-18.
- [8] RUTH E K, AIM H, BAKER R L, et al. Advanced liquid rocket engine transient model, AIAA90-2299[R]. USA: AIAA, 1990.
- [9] BELIAEV E N, CHEVANOV V K, CHERVAKOV V V. Mathematical modeling of working processes of liquid propellant rocket engines[M]. Moscow: MAI, 2009.
- [10] 陈维宇, 程亚威, 李小明, 等. 高压小流量稳流型调节器特性研究[J]. 火箭推进, 2011, 37(4): 40-44.
- [11] [美]怀利 E B, 斯特里特 V L. 瞬变流[M]. 清华大学流体传动与控制教研组, 译. 北京: 水利电力出版社, 1983.
- [12] 张育林, 刘昆, 程谋森. 液体火箭发动机动力学理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [13] GUO B Y. Spectral methods and absorbing boundary conditions for Maxwell's Equation[D]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [14] RASHID A, BIN A I. A Chebyshev spectral collocation method for the coupled nonlinear Schrodinger equations[J]. Appl. Comput. Math. 2010, 9(1): 104-115.
- [15] TADMOR E. Convergence of spectral methods for nonlinear conservation laws[J]. SIAM Journal of Numerical Analysis, 1989 (26): 30-44.
- [16] MA H P. Chebyshev-Legendre super spectral viscosity method for nonlinear conservation laws[J]. SIAM J. Numer. Anal, 1998, 35(3): 893-908.

(编辑: 陈红霞)