

# 脉冲等离子体推力器内部流场的数值分析

谢泽华, 周 进, 李自然

(国防科技大学 高超声速冲压发动机技术重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:** 应用所建立的广义拉格朗日乘子形式的磁流体力学模型对平行电极型脉冲等离子体推力器的内部流场进行了数值研究。对等离子体流动过程的分析表明, 放电初期等离子体在很强的电磁力作用下高速喷出推力器, 而到放电后期等离子体受到的气动力比电磁力大得多, 等离子体的运动非常缓慢。电磁冲量占推力器元冲量的大部分, 增强电磁加速作用可以进一步提高推力器的性能。

**关键词:** 脉冲等离子体推力器; 磁流体力学模型; 流动过程; 数值分析

**中图分类号:** V439+.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2014) 01-0039-06

## Numerical analysis of inner flow field of pulsed plasma thruster

XIE Ze-hua, ZHOU Jin, LI Zi-ran

(Key Laboratory of Scramjet Technology, National University of Defense Technology,  
Changsha 410073, China)

**Abstract:** A magnetohydrodynamics model in the form of the generalized Lagrange multiplier was adopted to simulate the inner flow field of a pulsed plasma thruster with rectangular geometry. Analyses on the flow process of plasma show that the plasma is accelerated to a high velocity to eject from the electrode channel under the strong electromagnetic acceleration in the beginning of the discharge. By contrast with this, the plasma moves downstream slowly in the later period of the discharge when aerodynamic force instead of electromagnetic force dominates the acceleration process. It indicates that the electromagnetic impulse accounts for the majority of the impulse bit of the thruster, and that the performance of this kind of thruster would benefit from the enhancement of electromagnetic acceleration effects.

**Keywords:** pulsed plasma thruster; magnetohydrodynamics model; flow process; numerical analysis

收稿日期: 2013-09-02; 修回日期: 2013-11-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11172327)

作者简介: 谢泽华 (1984—), 男, 博士研究生, 研究领域为先进火箭推进技术与工程

## 0 引言

脉冲等离子体推力器 (Pulsed Plasma Thruster, PPT) 是一种比冲高、功耗低、结构简单、控制方便的电推进装置, 可以广泛应用于微小卫星的姿态控制和轨道保持等任务, 是微小卫星推进技术研究的热点和重要方向之一<sup>[1]</sup>。

PPT 利用电容器的脉冲放电烧蚀或加热推进剂并使其电离形成等离子体, 等离子体在电磁力和气动力作用下从电极间加速喷出推力器, 产生脉冲推力。PPT 的工作过程涉及电磁、流动、传热、电离和复合等复杂的物理现象, 大量不同时间和空间尺度的动力学行为之间存在着强烈的非线性耦合作用, 难以进行理论分析; 而实验测量又受到脉冲时间短、电磁干扰强和测量手段少等因素制约, 使得对 PPT 工作过程的很多内在机理缺乏清楚的认识, 限制了推力器工作性能的改善和提升。随着计算机技术的高速发展, 经济性好、适应性强的数值模拟方法受到越来越多的重视, 成为 PPT 工作过程研究十分重要的手段。目前对 PPT 数值研究通常都是基于机电模型或磁流体动力学 (magnetohydrodynamics, MHD) 模拟方法, 其中机电模型对 PPT 的工作过程做了极大简化, 只适用于推力器的性能预估和初步设计, 而以  $2\frac{1}{2}$  维计算程序 MACH2 为代表的 MHD 研究工作也比较初步, 并没有揭示出推力器中复杂的等离子体流动状况, 而等离子体的流动特性直接关系到推进性能的好坏<sup>[2-5]</sup>。为了深入理解 PPT 的工作过程, 揭示其工作特点和性能规律, 本文应用 MHD 方法对 PPT 放电通道内等离子体的流动过程开展了三维数值模拟, 分析了其流动特征和加速过程。

## 1 计算模型与方法

### 1.1 控制方程组

等离子体在 PPT 电极间的流动过程可以采用 MHD 模型进行描述。直接利用 Navier-Stokes 方程组、Maxwell 方程组以及 Ohm 定律推导得出的 MHD 方程组是非严格的双曲型方程组, 其无粘

项 Jacobi 矩阵不满秩, 这一奇异性会带来一些数值求解方面的困难。Powell 提出了一种八波形式的磁流体方程组<sup>[6]</sup>, 通过在原方程组中附加正比于  $\nabla \cdot B$  的项避免了无粘项 Jacobi 矩阵非满秩的情况, 同时通过对流抑制了伪磁场散度  $\nabla \cdot B$  的累积。Powell 方法计算简便, 应用较广, 然而八波模型在形式上是非守恒的, 而且伪磁场散度在对流传播过程中会一直存在, 在计算 PPT 中等离子体运动这种感应磁场不可忽略的高磁雷诺数流动问题时很可能导致计算发散。为此, 本文采用双曲型散度清除方法<sup>[7]</sup>, 通过引入广义拉格朗日乘子  $\psi$  与原方程组联立求解, 既消除了奇异性, 又将伪磁场散度在对流消散过程中加以衰减, 同时保持了方程组一定的守恒性。广义拉格朗日乘子形式的磁流体力学 (GLM-MHD) 控制方程组为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V \\ B \\ \rho e_t \\ \psi \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} \rho V V + \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \bar{I} - \frac{BB}{\mu_0} \\ VB - BV + \psi \bar{I} \\ \left( \rho e_t + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) V - \frac{B}{\mu_0} (V \cdot B) \\ c_h^2 B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \nabla \cdot \bar{\tau} \\ -\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times B \right) \\ \nabla \cdot (\bar{\tau} \cdot V) - \nabla \cdot q + \frac{\eta}{\mu_0} |\nabla \times B|^2 \\ -\frac{c_h^2}{2} \psi \\ c_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为密度;  $V$  为速度;  $B$  为磁感应强度;  $p$  为压强;  $e_t$  为总比能;  $v_e$  为磁扩散率;  $\bar{I}$  为单位张量;  $\bar{\tau}$  为粘性应力张量;  $q$  为热流密度矢量;  $\sigma$  为等离子体的电导率;  $\mu_0$  为真空磁导率;  $c_h$  和  $c_p$  为相关系数。

### 1.2 数值计算方法

本文采用有限差分方法对经过无量纲化和坐标变换的 GLM-MHD 方程组进行离散。为了增强

计算稳定性和收敛性, 提高计算效率, 将整个方程组采用结合 LU-SGS 迭代法的隐式双时间步方法进行求解, 对粘性项采用中心差分, 对无粘项采用 M-AUSMPW+格式进行差分。

## 2 计算条件

本文针对常见的以特氟隆为推进剂的平行电极型 PPT 开展研究, 对其中等离子体的流动加速过程进行模拟, 典型工况下 PPT 的结构参数及电参数见表 1。

表 1 PPT 的工作参数

Tab. 1 Operation parameters of PPT

工作参数	参数值	
电极长度 $l/\text{mm}$	20	
结构参数	电极宽度 $w/\text{mm}$	15
	电极间距 $h/\text{mm}$	25
	电容 $C/\mu\text{F}$	10
电参数	外电路阻抗 $R_0/\text{m}\Omega$	32
	外电路感抗 $L_0/\text{nH}$	100
	电容器充电电压 $V_0/\text{V}$	1 500

磁流体力学模拟的计算区域包括推力器电极之间的放电通道 A 和喷口下游延伸区 B, 如图 1 所示。A 区等离子体流动的入口参数由放电电流和特氟隆推进剂的烧蚀过程确定, 放电电流通过将 PPT 的放电过程等效为 RLC 电路放电来计算, 特氟隆的烧蚀属性根据热传导方程和烧蚀表面的能量守恒方程计算。模拟过程中采用均匀结构网格, 电极表面处理为等温滑移理想导体边界, 延伸区 B 认为是自由流动空间, 采用外推边界。

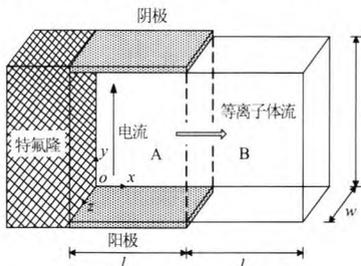


图 1 MHD 模拟区域

Fig. 1 Computation domain for MHD simulation

## 3 结果与分析

针对平行电极型 PPT 工作过程的数值研究表明, 放电通道中的等离子体流动主要呈现出二维特征, 展向方向上的变化较小, 因此下文中的流场参数仅给出在展向中心面 ( $z=7.5 \text{ mm}$ ) 内的计算结果。图 2 给出了 PPT 放电通道内等离子体的密度分布。

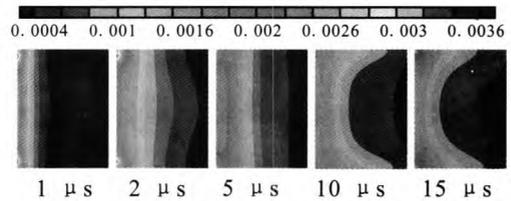


图 2 密度分布

Fig. 2 Distribution of instantaneous density

从图 2 可以看出, 在放电的前  $2 \mu\text{s}$  内随着大量推进剂烧蚀, 推进剂表面附近聚集了高密度的等离子体, 而且在靠近电极的推进剂表面温度较高的位置等离子体的密度也更高。受放电初期强烈的电磁和气动加速作用, 推进剂表面附近高密度的等离子体开始向下游膨胀和运动, 形成图 2 中等值面向下游凸出的形状。到放电中后期, 由于推进剂烧蚀速率减小以及等离子体不断向通道下游的推力器喷口运动, 放电通道内等离子体的密度不断减小。PPT 放电通道中心区域的等离子体能够迅速向外膨胀加速喷出推力器, 而电极附近的等离子体受粘性作用运动速度较慢, 导致放电后期密度分布的等值面凹向上游。PPT 放电后期的电流较小, 推力器对等离子体的电磁加速作用很弱, 导致大量等离子体长时间滞留在放电通道内, 因此图中等离子体密度的变化在这一时期显得非常缓慢。

在图 3 所示的等离子体的流向速度分布图中, 在前  $2 \mu\text{s}$  时间内由于存在强烈的脉冲放电, 等离子体受到很大的电磁作用力, 被迅速加速到约  $20 \text{ km/s}$  的高速而很快喷出电极间的放电通道。在经过 PPT 放电的前半个振荡周期之后, 电流开始反向, 在  $t=5 \mu\text{s}$  之前电流反向并达到峰值, 等离子体再次受到相对较强的电磁加速作用, 在放

电通道中间靠下游位置形成一个具有较高速度的区域。由于大部分电容器初始储能在放电前半周期已经释放掉,  $t=5 \mu\text{s}$  时刻等离子体的速度明显小于放电初期的速度, 最大只有约  $5.5 \text{ km/s}$ 。随着放电趋于结束, 放电后期等离子体的速度进一步减小到  $1\sim 2 \text{ km/s}$ , 而据对等离子体密度的分析, 此时放电通道内尚有大量等离子体, 且多处于速度只有几百米每秒的区域, 因此这部分等离子体产生的冲量和推力很小, 极大地降低了 PPT 的推力效率。

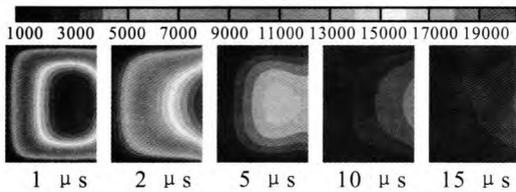


图3  $x$  向速度分布

Fig. 3 Distribution of velocity in  $x$  direction

从图 4 所示的等离子体  $y$  向速度分量的分布可以看出, 等离子体在垂直于电极方向上的运动速度明显小于流向速度。在 PPT 放电初期, 等离子体从推进剂烧蚀表面靠近电极处的高密度区域向具有很高流向速度的放电通道的中心区域运动, 而在推力器喷口附近等离子体则由中心位置向两侧电极末端外的自由流动区域膨胀。到放电中后期, 推进剂烧蚀速率迅速减小, 烧蚀表面附近的流动过程并不明显, 整个放电通道内的等离子体靠着距离更近的电极一侧向下游缓慢流动。

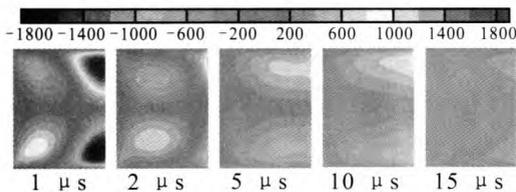


图4  $y$  向速度分布

Fig. 4 Distribution of velocity in  $y$  direction

PPT 工作时会在两电极间产生强烈的放电, 电流流向垂直于电极表面的  $y$  方向, 由此产生基本沿着  $z$  方向的感应磁场, 使得磁感应强度的展

向分量  $B_z$  远大于  $B_x$  和  $B_y$ , 其分布如图 5 所示。

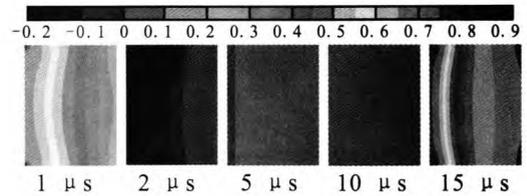


图5 磁感应强度分布

Fig. 5 Distribution of magnetic induction intensity

当火花塞点火诱发电容器沿推进剂表面放电之后, 放电电流很快增大到数千安, 而推进剂烧蚀表面附近的磁感应强度  $B_z$  正比于放电电流, 因此  $B_z$  的值也迅速增大, 于是在推进剂表面附近形成很大的磁场梯度。由于磁扩散和磁冻结效应, 磁场一方面从强度大的区域向强度小的区域扩散, 另一方面磁感线随着等离子体一起向下游运动, 形成  $t=2 \mu\text{s}$  时的分布, 从中容易看出电极附近的磁感应强度大于放电通道中心位置的场强值, 这与李自然的实验测量结果一致<sup>[9]</sup>。到  $t=5 \mu\text{s}$  时, 由于电流反向, 推进剂表面附近的磁场也跟着反向。到了放电后期, 随着放电电流的振荡衰减, 整个放电通道内的磁感应强度也趋于零。

应用 Ampere 定律和磁通连续定理, 利用矢量计算公式, 单位体积等离子体受到的热压力和电磁力可以表示为<sup>[9]</sup>

$$f = -\nabla p + J \times B = \nabla \cdot \left[ -\left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \bar{I} + \frac{BB}{\mu_0} \right] = \nabla \cdot \bar{P}_{\text{MHD}} \quad (2)$$

式中  $\bar{P}_{\text{MHD}}$  为磁流体压力张量。由于  $B_z$  远大于  $B_x$  和  $B_y$ , 磁感线基本沿着  $z$  方向, 设直角坐标系 3 个坐标轴方向的单位矢量为  $e_x, e_y, e_z$ , 则可以写为

$$\bar{P}_{\text{MHD}} = \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) e_x e_x + \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) e_y e_y + \left( p - \frac{B^2}{2\mu_0} \right) e_z e_z \quad (3)$$

于是可以看出等离子体在流向方向加速受到的作用力等于总的压强  $p + B^2/2\mu_0$  的变化梯度, 其中磁压强  $B^2/2\mu_0$  的分布容易根据磁感应强度分布得到。为了获取等离子体受到的热压力和磁压力

的相对大小变化,定义等离子体的比压为

$$\beta = \frac{p}{p+B^2/2\mu_0} \quad (4)$$

其变化规律如图6所示。由图6可知,在PPT放电的前2 μs 流场中大部分区域的等离子体比压都很小,特别是在磁感应强度很大的推进剂表面附近有  $\beta < 0.1$ ,表明这一区域的磁压强远大于等离子体压强,等离子体受到很强的电磁加速作用。到  $t=5 \mu\text{s}$  时流场大部分区域的磁压强与等离子体压强大小相当,而在放电后期很长的时间里,由于磁感应强度很小,等离子体比压接近于1,此时气动力对等离子体的加速过程起着绝对主导作用。

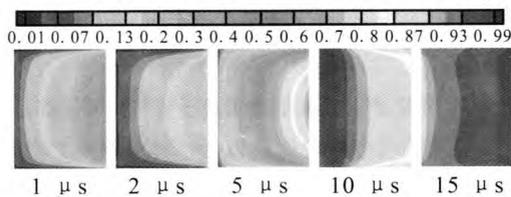


图6 等离子体比压分布

Fig. 6 Distribution of specific pressure of plasma

PPT 是利用脉冲放电将等离子体喷出推力器产生等效反作用推力的。为了准确计算 PPT 工作产生的推力冲量,选取放电通道为控制体积,对其应用牛顿第三定律和动量定理,忽略推进剂烧蚀产物进入放电通道时极小的动量输入,推力器产生的瞬时推力为

$$F_T = \int_{A_c} \left( \rho u^2 + p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) dS \quad (5)$$

式中  $A_c$  表示推力器喷口平面。瞬时推力包括动量推力、喷口处的气动力和磁压力3项,将其对时间积分,可以得到 PPT 脉冲工作产生的总的冲量和上述3项对应的冲量,如图7所示。

由图7可以看到,PPT 放电开始不久推力器产生的冲量即迅速增大,占放电脉冲产生的元冲量的大部分,在放电电流达到反向峰值后冲量又有小幅提升,之后冲量增长变缓,喷口处磁压力作用产生的冲量接近保持恒定,而气动压力作用

产生的冲量则一直持续增长。整个放电脉冲内计算的元冲量为  $109.9 \mu\text{N}\cdot\text{s}$ ,与根据 Guman 提出的比冲和烧蚀质量经验公式<sup>[10-11]</sup>估算的元冲量相差只有1.6%,反映出根据式(5)计算的冲量结果是合理可信的。

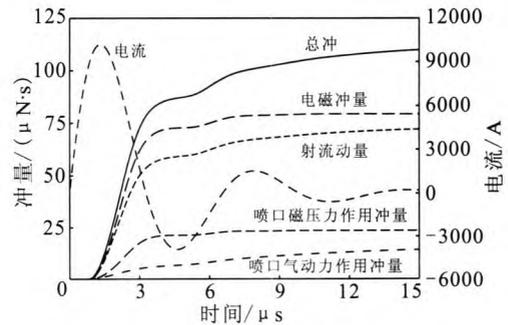


图7 放电电流和冲量随时间的变化

Fig. 7 Variation of discharge current and impulse with time

由于式(5)中等离子体射流的动量项包含了电磁力和气动力的共同作用,因此无法准确计算出元冲量中电磁冲量和气动冲量所占的比例,但是可以对其进行估计。根据对磁场和等离子体比压的分析,放电后期流场中的磁感应强度接近于零,电磁加速作用很弱,这一时间段内产生的冲量可以认为全部是气动力作用的结果。鉴于此,将等离子体射流的动量和喷口处的磁压力作用冲量相加,再减去根据其在放电后期增加的速率拟合出的气动力冲量部分即可估算出 PPT 工作过程中电磁冲量的大小。据此计算得到的放电脉冲内的电磁冲量为  $79.2 \mu\text{N}\cdot\text{s}$ ,占元冲量的72.1%,如果采用电感梯度经验公式<sup>[12]</sup>估算电磁冲量,这一比例为66.6%,可见对于本研究中的典型工况电磁力产生的冲量约占70%,而气动冲量只有约30%,表明平行电极型 PPT 是以电磁加速为主的电推力器。由于放电后期大量的等离子体只产生小部分的气动力,因此需要增强电磁加速作用以进一步提高推力器性能。

## 4 结论

本文应用磁流体动力学模拟的方法对平行电极型 PPT 放电通道内等离子体的流动过程开展了数

值研究。分析流场的密度、速度、磁场和比压分布以及推力器产生的冲量发现, 放电初期的磁场强度很大, 推进剂烧蚀产生的等离子体受到强烈的电磁加速作用, 以很高的速度喷出推力器, 而到放电后期, 电磁加速作用很弱, 等离子体在气动力作用下缓慢向下游流动。推力器放电初期电磁力加速产生的冲量占元冲量的大部分, 放电后期增加的冲量主要是气动力作用的结果, 增强电磁加速作用有助于提高推力器的性能。

#### 参考文献:

- [1] 杨乐, 李自然, 尹乐, 等. 脉冲等离子体推力器研究综述 [J]. 火箭推进, 2006, 32(2): 32-36.
- [2] JAHN R G. Physics of electric propulsion [M]. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [3] WALTZ P M. Analysis of a pulsed electromagnetic plasma thruster[D]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 1969.
- [4] THOMAS H D. Numerical simulation of pulsed plasma thrusters[D]. USA: The University of Tennessee, 2000.
- [5] MIKELLIDES Y G. Theoretical modeling and optimization of ablation-fed pulsed plasma thrusters [D]. USA: The Ohio State University, 1999.
- [6] POWELL K G. An approximate Riemann solver for magnetohydrodynamics, ICASE 94-24[R]. USA: Langley, 1994.
- [7] DEDNER A, KEMM F, KRONER D, et al. Hyperbolic divergence cleaning for the MHD equations[J]. Journal of Computational Physics, 2002, 175(2): 645-673.
- [8] 李自然. 脉冲等离子体推力器设计与性能的理论及实验研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
- [9] 李定, 陈银华, 马锦秀, 等. 等离子体物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [10] GUMAN W J. Designing solid propellant pulsed plasma thrusters, AIAA 75-0410 [R]. Farmingdale, New York: Fairchild Republic Company, 1975.
- [11] PALUMBO D J, GUMAN W J. Propellant sidefeed-shot discharge thruster studies, N72-20756[R]. New York: Fairchild Industries, Inc, 1972.
- [12] BURTON R L, WILSON M J, BUSHMAN S S. Energy balance and efficiency of the pulsed plasma thruster, AIAA 98-3808[R]. Urbana, IL: University of Illinois, 1998.
- [13] 杨乐, 周进, 尹乐, 等. 脉冲等离子体推力器工作过程一维磁流体动力学数值模拟 [J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(5): 14-17.
- [14] 王飞, 周前红, 郭少峰, 等. 电弧推力器流场的数值计算 [J]. 火箭推进, 2010, 36(2): 20-25.
- [15] 廖宏图, 余水淋, 康小录. 霍尔推力器内部等离子体流场数值分析[J]. 推进技术, 2005, 26(3): 270-275.
- [16] 尹乐, 周进, 杨乐, 等. 脉冲等离子体推力器羽流预测计算研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 167-172.

(编辑: 张永秀)