

# 充液容器流固耦合模态仿真分析研究

薛 杰, 何尚龙, 杜大华, 李 锋  
(西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 主要介绍目前容器类流固耦合模态分析最常用的两种计算方法: 声固耦合法及虚拟质量法。从理论上分别对这两种方法进行分析, 并指出它们之间的联系与区别: 虚拟质量法采用了声固耦合法在不可压缩流体情况下的形式, 并有所改进, 即流体的作用完全由虚拟质量阵来体现, 而流体的虚拟质量阵则通过具有解析解性质的边界元法获得。最后, 通过开口方槽干状态、湿状态的无阻尼模态仿真分析研究, 揭示出流体对结构模态特性影响的变化规律, 同时指出了两种方法 (虚拟质量法、声固耦合法) 对结构湿模态计算结果有规律性的差异: 随着振动频率的升高, 不仅容器内流体对结构模态特性的影响在减小, 分析湿模态的两种方法所得到的计算结果之间的差别也在逐渐减小。

**关键词:** 流固耦合; 声固耦合法; 虚拟质量法; 模态分析

**中图分类号:** V434-34 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2015) 01-0090-08

## Study on fluid-structure coupling modal simulation of liquid filling container

XUE Jie, HE Shang-long, DU Da-hua, LI Feng  
(Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** Two conventional algorithms for fluid-structure coupling modal analysis of the liquid filling containers are mainly introduced in this paper. They are coupled acoustic-structural analysis (CASA) and virtual fluid mass (VFM). It points out the relation and difference between the two algorithms through the theory analysis. VFM adopts the incompressible liquid form that appears in CASA, in which some progress has been made, namely, the effect of the fluid is incarnated completely by virtual mass matrix, and the virtual mass matrix of the liquid is obtained by the boundary element method (BEM) with the property of analytic solution. Based on the study on the dry modes and the wet modes of one ringent box, the varying laws of influence of the liquid on the structure modal characteristics are revealed. At the same time, the study result indicates the well-regulated otherness between the wet modes results from the two methods (VFM and CASA): with increase in vibration frequency, not only the effect of liquid on the structure dynamic characteristic decreases gradually, but also the difference between the two methods decrease.

收稿日期: 2014-08-06; 修回日期: 2014-09-26

作者简介: 薛杰 (1983—), 男, 硕士, 研究领域为结构强度与振动分析, 流固耦合动力学

**Keywords:** fluid-structure coupling; coupled acoustic-structural analysis; virtual fluid mass; modal analysis

## 0 引言

在航天、航空、化工、船舶等工程领域,人们已经越来越多地注意到流体与固体间相互作用的问题,即流固耦合问题。因此,出现了许多文献<sup>[1-3]</sup>对各种具体的流固耦合问题进行研究及阐述,目前普遍的观点认为:按照耦合机理的不同,问题基本可以分为两大类:第一类是两相域部分或者全部重叠在一起,难于分开,如渗流问题。第二类是耦合面仅发生在两相交界面上。其中,充液容器的流固耦合振动问题就是第二类流固耦合问题中很重要的一类。

近年来,虽然有许多文献<sup>[4-6]</sup>采用声固耦合法、虚拟质量法对各种不同的充液容器进行流固耦合的动力学分析,并都在不同程度上取得了一定的成果。但关于声固耦合法、虚拟质量法之间原理性、工程应用性方面的差别,目前的文献资料并不多。因此,本文在介绍这两种目前最为常用的计算方法基础上,从理论上给出它们之间的联系与区别,并通过一个关于充液容器流固耦合的模态分析算例说明两种方法在实际应用中存在的差异。

以此为相关工作者进行更深入的研究及分析提供一定的参考。

## 1 声固耦合法、虚拟质量法原理

### 1.1 声固耦合法

声固耦合法属于有限元理论范畴。因此,它仍然是在拉格朗日坐标系下研究流体、固体以及它们之间相互作用的动力学行为的一种方法。声介单元通常采用压力自由度,而固体结构采用位移自由度,由于采用声介这一特殊模型,一般情况下它只能用来模拟一种无粘性和无纯流动(小扰动)的可压缩流体。理论上,由于波动引起流体密度的变化甚微,因此在建立动力学方程中认为流体的密度是不变的。按照有限元的常用格

式,无能量耗散、无表面波动的声介模型动力学方程如下<sup>[7]</sup>:

$$[\mathbf{M}_F]\{\ddot{\mathbf{p}}\} + [\mathbf{K}_F]\{\mathbf{p}\} = -\{\mathbf{R}_F\} \quad (1)$$

式中:  $\{\mathbf{p}\}$  为声介模型的压力未知量; 矩阵  $[\mathbf{M}_F]$ ,  $[\mathbf{K}_F]$  和  $\{\mathbf{R}_F\}$  分别为流体的质量矩阵、刚度矩阵及载荷列阵。各矩阵参数展开如下:

$$[\mathbf{K}_F] = \sum \int \left( [N_{F,x}]^T [N_{F,x}] + [N_{F,y}]^T [N_{F,y}] + [N_{F,z}]^T [N_{F,z}] \right) dv \quad (2)$$

$$[\mathbf{M}_F] = \frac{1}{c^2} \sum \int \left( [N_F]^T [N_F] \right) dv \quad (3)$$

$$\{\mathbf{R}_F\} = \rho \sum \int [N_F]^T \{\ddot{u}_n\} dA \quad (4)$$

上式中: 求和符号表示对单元矩阵的组集;  $\rho$  为流体密度;  $c$  为流体声速;  $\ddot{u}_n$  为流体边界外法线方向的结构节点加速度;  $[N_F]$  为流体单元的形函数矩阵;  $[N_{F,i}]$  为  $[N_F]$  对变量  $i$  的偏导数;  $dv$  和  $dA$  分别为体积微元和面积微元。

流体与固体相互作用的其中一方面就体现在方程(1)的载荷项  $\{\mathbf{R}_F\}$  中, 它表示流体边界上的载荷其实就是为了保证在振动过程中, 边界上的流体与相邻结构的节点具有相同的法向速度, 从而不会发生流体与结构的相互分离。

令结构单元节点自由度为  $\{D\}$ , 通过向量间的简单换算可以得到它与结构节点在流体边界外法线方向的位移  $\{u_n\}$  之间的关系:

$$\{u_n\} = [\bar{N}]\{D\} \quad (5)$$

式中转换矩阵  $[\bar{N}]$  与结构所在位置的方向余弦有关, 于是(4)式就成为:

$$\{\mathbf{R}_F\} = \rho [S]\{\ddot{D}\} \quad (6)$$

其中  $[S] = \sum \int [N_F]^T [\bar{N}] dA$ , 因此(1)式成为

$$[\mathbf{M}_F]\{\ddot{P}\} + [\mathbf{K}_F]\{P\} = -\rho [S]\{\ddot{D}\} \quad (7)$$

流体与固体相互作用的另一方面体现在流体

作用在结构表面上的压力载荷 $\{R_s\}$ 中<sup>[7]</sup>:

$$\{R_s\} = \sum \int [\bar{N}]^T [N_F] \{p_e\} dS = [S]^T \{p\} \quad (8)$$

式中: $\{p_e\}$ 和 $\{p\}$ 分别代表有限元矩阵组集前的流体单元压力向量、组集后流体模型整体压力向量。考虑流体压力 $\{R_s\}$ 后,无阻尼结构动力学方程的有限元形式变为:

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K]\{D\} = \{R\} + \{R_s\} \quad (9)$$

式中: $\{R\}$ 为结构的外载荷列阵; $[M]$ , $[K]$ 分别为结构质量阵及刚度阵,且均为实对称矩阵<sup>[8]</sup>。综合(7)、(8)和(9)三式可以得到相应的流固耦合动力学模型(方程矩阵中各元素均代表不同的矩阵):

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho S & M_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{D} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -S^T \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

为了解该流固耦合模型的动力学特性,不考虑结构的外载荷,并把矩阵方程进一步缩写,可以得到动力学特性方程的标准形式:

$$[M_c]\{\ddot{\varphi}\} + [K_c]\{\varphi\} = \{0\} \quad (11)$$

式中: $[M_c]$ 和 $[K_c]$ 分别为质量耦合矩阵、刚度耦合矩阵,均为非对称阵; $\{\varphi\}$ 为混合自由度列阵,即:

$$[M_c] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho S & M_F \end{bmatrix} \quad [K_c] = \begin{bmatrix} K & -S^T \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \quad \{\varphi\} = \begin{bmatrix} D \\ P \end{bmatrix}$$

求解(11)式即为流固耦合模态分析的声固耦合法。

## 1.2 虚拟质量法

若把流体近似成不可压缩的,那么(1)式中流体的质量矩阵 $[M_F]=0$ ,对(7)式进行简单转换,可以得到:

$$\{P\} = -\rho [K_F]^{-1} [S] \{\ddot{D}\} \quad (12)$$

结合第(9)式,在结构无外载荷条件下,可以得到简化后流固耦合模型的动力学特性方程:

$$[[M] + [M]'] \{\ddot{D}\} + [K] \{D\} = [\bar{M}] \{\ddot{D}\} + [K] \{D\} = 0 \quad (13)$$

其中 $[M]'$ 为流体对结构影响的虚拟质量阵,与结构质量阵 $[M]$ 共同形成总体质量阵 $[\bar{M}]$ 。虚拟质

量法正是基于上述思想把流体对结构的影响完全体现在一个虚拟质量阵上。为了获得精度较高的虚拟质量阵 $[M]'$ ,虚拟质量法采用解析与离散相结合的边界元法进行数值计算。

对于无粘性、无纯流动、无表面波动及不可压缩的流体,假设 $\sigma_j$ 、 $\dot{\sigma}_j$ 分别是通过边界元法获得流体域边界上某位置点 $r_j$ (虚拟分布的源)的流体速度及流体加速度,那么流体边界上另一个位置 $r_i$ 的流速 $\dot{u}_i$ 及压力 $p_i$ 则分别为<sup>[9]</sup>:

$$\dot{u}_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\sigma_j e_{ij}}{|r_i - r_j|^2} dA_j \quad (14)$$

$$p_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\rho \dot{\sigma}_j e_{ij}}{|r_i - r_j|} dA_j \quad (15)$$

式中: $e_{ij}$ 为点 $r_j$ 指向 $r_i$ 的单位向量; $A_j$ 为分界面上结构微元的面积; $\rho$ 为流体密度。通过积分运算,同时把压力转换成力,(14)和(15)两式可以写成:

$$\{\dot{u}\} = [\chi] \{\sigma\} \quad (16)$$

$$\{F\} = [A] \{\dot{\sigma}\} \quad (17)$$

根据牛顿第二定律,可以把(16)和(17)两式转换成:

$$\{F\} = [A] [\chi]^{-1} \{\ddot{u}\} = [M] \{\ddot{u}\} \quad (18)$$

即

$$[M]' = [A] [\chi]^{-1} \quad (19)$$

将上式 $[M]'$ 按一定规律扩大到与 $[M]$ 一样的维数,代入(13)式并进行求解即为流固耦合模态分析的虚拟质量法。

## 2 两种方法的比较

### 2.1 从方程求解的角度来看

上述两种方法从方程求解的角度来看,主要有以下两方面的不同:

1) 声固耦合法在进行动力学特性方程的求解时,所面对的是实非对称矩阵方程,即(11)式,方程中质量耦合矩阵 $[M_c]$ 、刚度耦合矩阵 $[K_c]$ 均为实非对称矩阵,因此求解需要采用复特

征值法完成; 而虚拟质量法在求解中面对的是 (13) 式方程, 该方程中的总质量矩阵  $[\bar{M}]$  及刚度阵  $[K]$  在实际运算过程中均为实对称阵, 因此求解由实特征值法完成。

2) 对比两种方法动力学特性方程的未知量  $\{\varphi\} = \begin{Bmatrix} D \\ p \end{Bmatrix}$ 、 $\{D\}$ , 可以看出虚拟质量法相应的未知量只有结构位移, 而声固耦合法除了结构位移外, 还有流体材料的压力自由度。因此, 如果分析对象中流体部分 (流体的未知量) 占了很大比例, 除了在计算上多了采用边界元法获得虚拟质量阵  $[M]'$  这一环节外, 采用虚拟质量法在有限元计算规模上就可以占有相对较大的优势。

### 2.2 从理论分析的层面来看

从以上两种方法的推导中, 可看出虚拟质量法采用声固耦合法在不可压缩流体情况下的特殊形式, 同时采用计算精度较高的边界元法来形成虚拟质量阵。这意味着, 分析对象越难压缩, 那么由虚拟质量法得到的分析结果就越接近声固耦合法得到的结果, 甚至比声固耦合法的计算结果更接近实际。对于一般情况下的液体介质, 甚至气体介质, 在声固耦合法中由于流体质量阵表达式中含有关于材料声速的因子  $\frac{1}{c^2}$ , 从而导致流体质量阵  $[M_F]$  的整体数值都比较小。因此, 在大多数情况下, 都可以将流体质量阵  $[M_F]$  的影响给忽略掉, 从而采用虚拟质量法来完成分析。

另外, 对声固耦合法的的动力学特性方程 (11) 作进一步的分析。现把方程重写如下:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho S & M_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{D} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -S^T \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

其中的第二式可以写成

$$\rho[S] \{\ddot{D}\} + [M_F] \{\ddot{p}\} + [K_F] \{p\} = 0 \quad (21)$$

因为这里假设自由度  $\begin{Bmatrix} D \\ p \end{Bmatrix}$  均作谐响应振动,

即  $\begin{Bmatrix} D \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{D} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} \sin \omega t$ , 其中  $\begin{Bmatrix} \dot{D} \\ \dot{p} \end{Bmatrix}$  为相应的幅值。从

而(21)式可以写成

$$\rho[S] \{\ddot{D}\} + (-\omega^2[M_F] + [K_F]) \{p\} = 0 \quad (22)$$

即有

$$\{P\} = -\rho(-\omega^2[M_F] + [K_F])^{-1} [S] \{\ddot{D}\} \quad (23)$$

把(23)式带入方程(20)的第一式中, 得到:

$$([M] + \rho[S]^T(-\omega^2[M_F] + [K_F])^{-1}[S]) \{\ddot{D}\} + [K] \{D\} = 0 \quad (24)$$

从(24)式可以看出声固耦合法中流体的质量阵对计算结果的影响将随着分析频率的升高而快速减小, 这可以认为随着振动频率的升高, 流体随结构一起振动的有效质量在减小。

### 3 计算模型

一方面, 为了能够研究干状态 (不含水)、湿状态 (装一半水) 下, 开口方槽模态特性的变化规律; 另一方面, 由于湿状态 (装一半水) 下开口方槽的模态分析属于流固耦合的动特性问题, 本文分别采用上述介绍的两种方法进行求解分析, 并通过计算结果来说明这两种分析方法在应用上的差别。因此, 以下基于 Patran/Nastran 有限元软件, 对开口方槽结构分别进行干状态、湿状态的无阻尼模态计算, 并进行结果的对比分析。

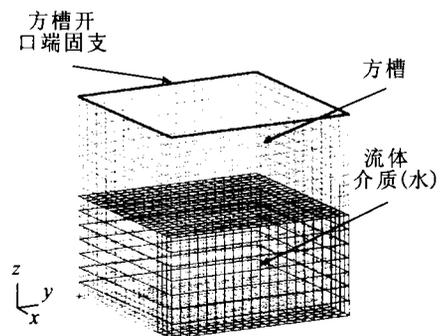


图 1 充液开口方槽仿真模型

Fig. 1 Dynamic model of ringent box containing liquid

仿真模型见图 1, 主要包括一个长、宽、高均为 1 m 的开口金属方槽, 厚度 6.3 mm, 材料为不锈钢 (1Cr18Ni9Ti), 方槽内装有一半水, 模型中的材料参数见表 1。关于湿状态的模态分析, 两种方法的建模过程有所不同, 以下分别对它们的模型处理作简要说明:

## 1) 声固耦合法

在 Patran 中采用声固耦合法进行流固耦合的模态分析时, 需要建立流体介质及固体介质两种不同的属性模型。其中, 流体部分采用 8 节点体单元模拟, 位置处于方槽内部, 紧贴结构壁面, 见图 1 (黑色部分)。方槽结构采用 4 节点壳单元模拟。最后, 需在模型文件中加入合理反映流体与结构相互作用的 ACMODL 计算卡片<sup>[9]</sup>。

## 2) 虚拟质量法

和声固耦合法不同的是虚拟质量法并不需要流体形成的流体质量矩阵, 因此计算只考虑流体的密度参数, 而不考虑声速参数。模型只需要 4 节点壳单元模拟的方槽结构, 但计算文件需要包括 MFLUID 及 ELIST 等卡片, 并从卡片中指定所考虑流体的属性及状态。两种方法的计算边界条件: 方槽开口端四边固支。

表 1 仿真模型材料参数

Tab. 1 Material parameters of simulation model

材 料	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	声速 $c/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	弹性模量 $E/\text{MPa}$	泊松比 $\mu$
水	1 000	1 450	-	-
不锈钢	7 800	-	184 000	0.3

## 4 计算结果

## 4.1 声固耦合法

由前面理论部分的内容可知, 声固耦合法形成的动力学特性方程的系数矩阵为非对称阵, 仿真计算需借助复特征值求解法进行。其中, 每个复特征值的虚部代表模型的振动频率。为了对两种方法的计算结果进行有效的分析比较, 声固耦合法共提取模型的前 60 阶频率, 然后把其中有代

表性的 9 阶频率从低到高列入表 2 以供分析。

## 4.2 虚拟质量法

在求解方面, 虚拟质量法形成的动力学特性方程的系数矩阵均为实对称阵, 采用实模态求解即可完成。通过有限元计算, 该方法得到用于分析比较的 9 阶频率见表 2。本文仅给出结构干状态、湿状态的前 4 阶模态振型, 分别见图 2~图 5。图中, 左侧为干状态振型、中间为湿状态虚拟质量法振型、右侧为湿状态声固耦合法振型。

表 2 结构干状态、湿状态(VFM、CASA)模态计算结果对比

Tab. 2 Comparison of modal calculation results of structure's dry state and wet state

阶数	结构干 状态 $f_d$ /Hz	结构湿状态		干状态与湿状态间相对变化/%	
		虚拟质量法 $f_v$ /Hz	声固耦合法 $f_c$ /Hz	相对变化值/% $\left(\frac{f_v - f_c}{f_c} \times 100\right)$	$\left(\frac{f_d - f_c}{f_d} \times 100\right)$
1	38.2	15.5	18.8	17.6	50.8
2	39.2	25.3	21.7	16.6	44.6
3	43.0	26.6	19.9	33.7	53.7
4	78.2	53.8	50.0	7.6	36.1
5	92.6	70.9	70.8	0.14	23.5
6	147.9	105.7	101.7	3.9	31.2
7	177.4	134.1	129.9	3.2	26.8
8	212.0	166.9	163.5	2.1	22.9
9	247.4	182.1	178.7	1.9	27.8

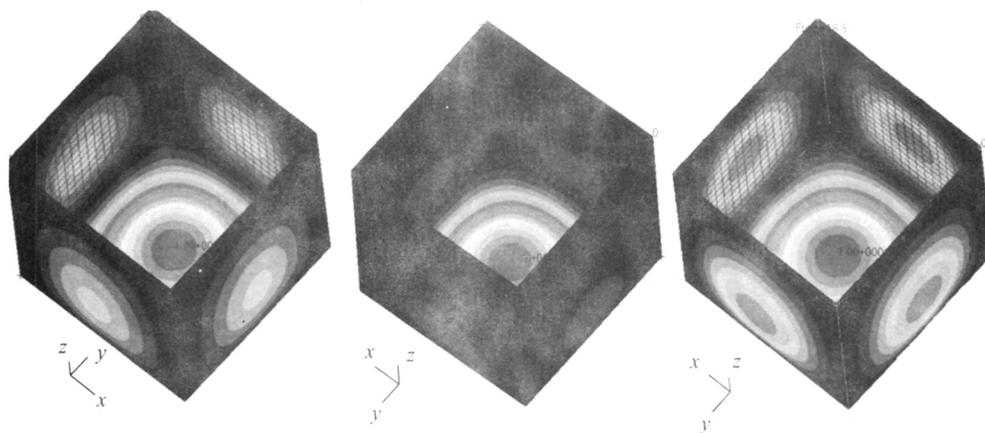


图2 三种方槽模型的第1阶模态振型(干状态、VFM、CASA)  
Fig. 2 First modal shapes (dry state, VFM and CASA) of three models of ringent box

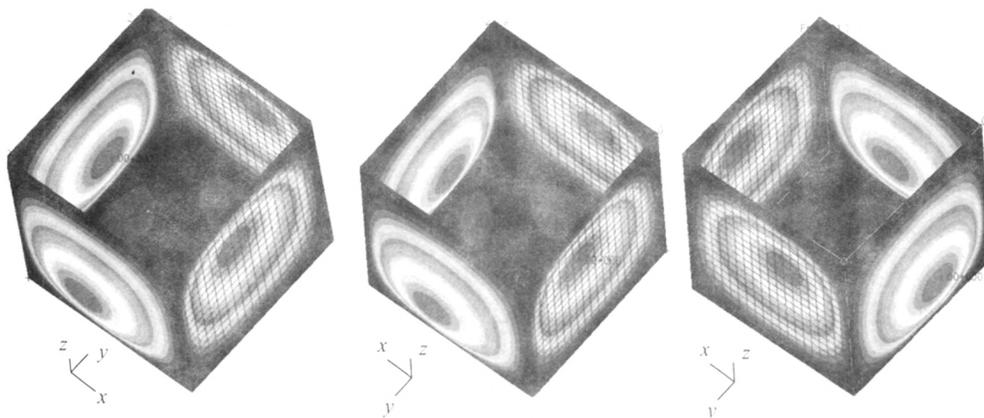


图3 三种方槽模型的第2阶模态振型(干状态、VFM、CASA)  
Fig. 3 Second modal shapes (dry state, VFM and CASA) of three models of ringent box

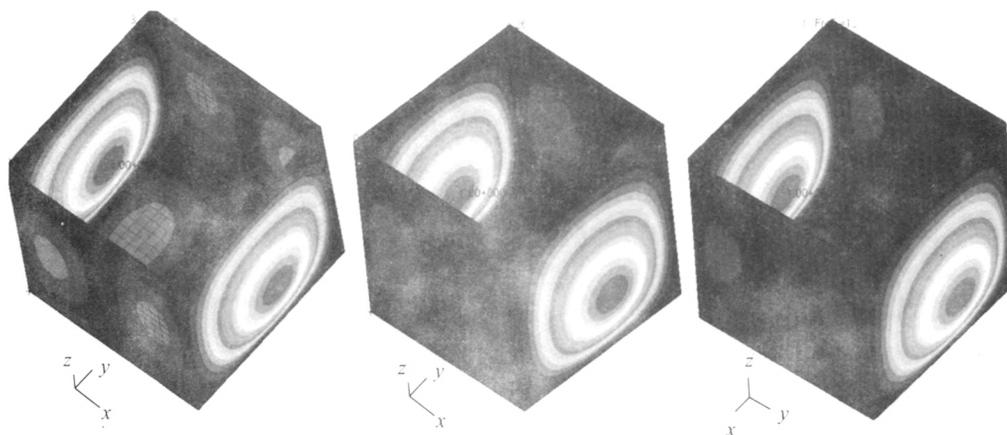


图4 三种方槽模型的第3阶模态振型(干状态、VFM、CASA)  
Fig. 4 Third mode shapes (dry state, VFM and CASA) of the three models of ringent box

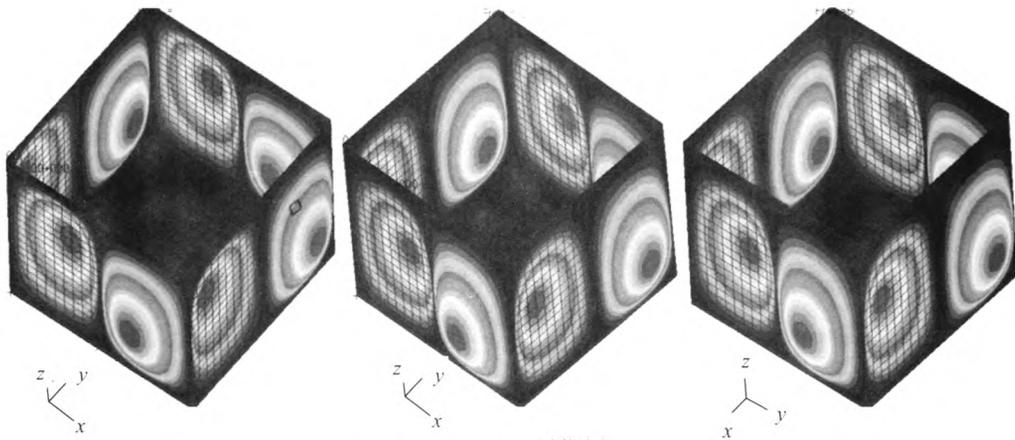


图5 三种方槽模型的第4阶模态振型(干状态,VFM、CASA)

Fig. 5 Forth mode shapes (dry state, VFM and CASA) of three models of ring box

从以上计算结果可以得出以下规律:

1) 结构干状态的各阶模态频率均比湿状态(两种方法)相应的各阶模态频率高。随着振动频率的升高,虽然干、湿两种状态模态频率差的绝对值在变大,但它们的相对值却呈整体上逐渐减小的趋势,从第1阶的50.8%降到第9阶的27.8%。

2) 对于结构湿模态的获取结果,虚拟质量法与声固耦合法在低频段差别相对较大(第1阶相差17.6%、第3阶相差33.7%),而随着频率的增加,两者得到的计算结果则逐渐接近(第8阶相差2.1%、第9阶相差1.9%)。

3) 除了个别模态(第1阶)外,虚拟质量法得到的模态频率大部分均比声固耦合法得到的计算结果稍高,而模态振型方面,两种方法都很接近。这说明在处理流固耦合特性方面,就计算结果而言,虚拟质量法与声固耦合法具有较好的相似性。

## 5 结论

根据以上理论分析及仿真结果可以得到以下主要结论:

1) 随着振动频率的升高,不仅容器内流体对结构模态特性的影响在减小,分析湿模态的两种方法(虚拟质量法、声固耦合法)所得到的计算结果之间的差别也在逐渐减小。

2) 声固耦合法是在流体无粘性、无纯流动

及无表面波动的条件下用于充液容器流固耦合动力学分析的数值计算方法,而虚拟质量法对流体除了应具有上述条件外,还带有流体具有不可压缩性的假设。

3) 由于两种方法建立的方程结构在性质上的不同,虚拟质量法需要采用实特征值求解法完成,而声固耦合法则需要借助复特征值求解法完成。在模型大小方面,通常情况下,由于没有流体自由度,虚拟质量法比声固耦合法的计算模型小(计算自由度少)。

4) 对于湿模态,虚拟质量法和声固耦合法的绝大部分计算结果都基本相当,只是低频段两者仍存在一定差异。这主要是由于流体的压缩属性、流体与结构网格的疏密程度及有限元、边界元算法本身的精度差异引起。

### 参考文献:

- [1] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [2] 邢景棠, 周盛, 崔尔杰. 流固耦合力学概述[J]. 力学进展, 1997, 27(1): 19-38.
- [3] 居荣初, 曾心传. 弹性结构与液体的耦联振动理论[M]. 北京: 地震出版社, 1983.
- [4] 谢志勇, 周其斗, 纪刚. 双层柱壳的流固耦合模态计算与实验研究[J]. 海军工程大学学报, 2009, 21(2): 97-101.
- [5] 张亮, 袁兆成, 黄震. 流固耦合有限元法用于油底壳模态计算[J]. 振动与冲击, 2003, 22(4): 100-101.
- [6] 刘文一, 李玉龙, 吴训涛, 等. 流固耦合作用下某双层柱

- 构燃料贮箱动力学特性分析[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(5): 132-134.
- [7] 库克 L D, 马尔库 D S, 普利沙 M E. 有限元分析的概念与应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2007.
- [8] 杨剑, 张璞, 陈火红. MD Nastran 有限元实例教程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
- [9] 田利思, 李相辉, 马岳峰. MSC Nastran 动力分析指南[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2012.

(编辑: 王建喜)

(上接第 69 页)

## 5 结论

嫦娥三号探测器在轨推进剂耗量计算采用加速度计法和 BK 法进行综合估算, 飞行试验数据分析表明, 该方法有效且精度较高, 可以推广应用用于空间推进系统在轨推进剂耗量计算。

### 参考文献:

- [1] 金广明, 曹伟, 魏彦祥, 等. 嫦娥三号着陆器推进系统关键技术及飞行性能分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2014 (44): 385-390.
- [2] 梁军强, 王晓磊, 宋涛. 嫦娥二号航天器推进系统拓展任务性能分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2013 (43): 733-738.
- [3] 达道安, 张天平. 在轨卫星液体推进剂测量技术评述[J]. 推进技术, 1997 (4): 89-94.
- [4] 达道安, 张天平. 空间液体测量技术的发展[J]. 中国空间科学技术, 1997 (2): 35-44.
- [5] 张天平, 达道安, 张志远, 等. 有机结合 PVT 和 BK 法以降低测量卫星液体推进剂的不确定度[J]. 推进技术, 1998 (4): 88-91.
- [6] 雷雯. 国外空间液体剩余量测量技术[J]. 推进技术, 1996 (3): 83-86.
- [7] 张天平, 达道安, 陈珍, 等. 一种测量卫星液体推进剂的组合方法[J]. 中国空间科学技术, 1999 (1): 53-57.
- [8] 陈全. 基于 P-V-T 法的星上推进系统剩余燃料量的计算及误差分析[J]. 控制工程, 1996 (4): 50-53.
- [9] 萨顿 G P, 比布拉兹 O. 火箭发动机基础[M]. 洪鑫, 张宝炯, 等译. 北京: 科学出版社, 2003.
- [10] YEH Tso-Ping. Bipropellant propulsion performance and propellant remaining prediction-comparison of analytical models to INSAT-1B flight data, AIAA89-2512 [R]. USA: AIAA, 1989.
- [11] CHALLONER A D. Determination of spacecraft liquid fill fraction, AIAA93-3727-CP[R]. USA: AIAA, 1993.
- [12] ORAZIETTI A J, ORTON G F, LOUIS S T, et al. Propellant gauging for geostationary satellites, AIAA86-1716[R]. USA: AIAA, 1986.
- [13] HANSMAN R J, Jr., MESEROLE J S. Fundamental limitations on low gravity fluid gauging technologies imposed by orbital mission requirements, AIAA88-3402 [R]. USA: AIAA, 1988.
- [14] TRINKS H, BEHRING T. Liquid propellant content measurement methods applicable to space missions, AIAA89-2728[R]. USA: AIAA, 1989.

(编辑: 陈红霞)