

# 液体火箭发动机喷管壁面辐射热流的数值计算

周一鹏, 朱定强

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为火箭发动机喷管设计及其冷却系统的设计提供有效参考数据作为应用背景, 计算喷管壁所受的红外辐射热流。分别推导了有限体积法和反向蒙特卡罗法适用于不含粒子条件下喷管壁面所受红外辐射热流的计算公式, 并针对不同的边界条件设定, 重点分析了有限体积法的特性, 并提出了有限体积法的局限性。最后, 以某三维双圆弧喷管模型为例, 用有限体积法和反向蒙特卡罗法自主编写程序计算在不同边界设定下壁面受到的红外辐射热流密度。通过计算结果对有限体积法的局限性进行了论证, 同时肯定了反向蒙特卡罗法在壁面辐射热流计算上的优势。

**关键词:** 有限体积法; 反向蒙特卡罗法; 火箭发动机喷管; 辐射传热

**中图分类号:** V430-34    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1672-9374 (2015) 03-0027-06

## Numerical calculation of radiative heat flux on nozzle wall of liquid propellant rocket engine

ZHOU Yi-peng, ZHU Ding-qiang

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The radiative heat flux on the wall of nozzle is calculated to provide the effective reference data for design of rocket engine nozzle and its cooling system. The formulas of finite volume method (FVM) and (backward Monte Carlo method) BMCM, which are appropriate for calculating the radiation heat flux density of nozzle's wall, are derived without the influence of particle. According to different boundary conditions, the characteristics of FVM are analyzed, and the limitation of FVM is proposed. At the end of the paper, taking a 3D model of double-arc nozzle as an example, the self-compiled programs in FVM and BMCM are utilized to calculate infrared radiation heat flux density on the nozzle wall according to the different boundary setting. According to the results, the limitation of FVM is verified, and the advantage of BMCM in calculating the radiative heat flux on the nozzle wall surface is affirmed.

**Keywords:** finite volume method; backward Monte Carlo method; rocket engine nozzle; infrared radiation

收稿日期: 2014-08-19; 修回日期: 2015-01-03

作者简介: 周一鹏 (1990—), 男, 硕士, 研究领域为红外辐射特性计算

## 0 引言

火箭发动机喷管壁面受到的热流是决定喷管壁面温度的重要因素,对于喷管结构设计、冷却方式以及壁面冷却剂流量等的设计控制都有重要的参考价值。而其中辐射热流占总热流的15%~20%,是不可忽略的。但是辐射热流的实验测量十分复杂,而且操作难度很大,成本很高,因此数值计算具有重要意义。

目前存在很多种计算辐射热流以及求解辐射传递方程的方法<sup>[1]</sup>,但是这些方法在处理辐射问题时都存在自身的优点和缺点,目前并没有一种方法能够有效地处理好计算中的诸方面问题。

其中有限体积法在计算精度和计算时间上都有较好的表现<sup>[2]</sup>,它首先是被 Briggs 等人提出, Raithby 等人第一次将其应用在辐射热传递的计算中<sup>[3]</sup>,而 Chai 等人将该方法在辐射计算领域中进行了拓展<sup>[4]</sup>。在航天领域中,有限体积法常用于计算火箭发动机羽流的红外辐射特性等边界条件为气体的模型<sup>[5]</sup>。本文将利用液体火箭发动机喷管模型的辐射计算,提出有限体积在处理非气体边界的辐射问题时的局限性。

反向蒙特卡罗法具有高精度的优势,在处理某些问题时,计算时间较长的缺点被弱化,而且在计算机技术进步的前下,计算耗时的缺点进一步被削弱。在航天领域中,反向蒙特卡罗法早在1992年就被 Nelson 应用于解决火箭基底的受热问题上<sup>[6]</sup>。之后, Walter, Modest 和刘林华各自将反向蒙特卡罗法进行了不同拓展<sup>[1, 7-8]</sup>。反向蒙特卡罗法在计算壁面边界的辐射问题上具有广泛的应用性<sup>[9-10]</sup>。

## 1 理论分析

本文将用目前应用广泛的2种方法:有限体积法和反向蒙特卡罗法,来计算喷管壁面受到的辐射热流,并且针对液体火箭发动机双圆弧喷管模型,推导不考虑管内粒子影响的公式,计算无散射下的辐射热流密度。

### 1.1 有限体积法

有限体积法就是将整个计算域进行空间离散

和角度离散,以每个立体角内其辐射能量守恒为基本思想。

使在立体角  $\Omega^m$  内从控制体  $V_p$  各表面进出的辐射能量之和等于该控制体在立体角  $\Omega^m$  内吸收、发射和散射的净辐射能。如式1所示<sup>[11]</sup>:

$$\int_{\Omega^m} \int_{A_i} I_{k\lambda,c}^m (s^m \cdot n_j) dA_i d\Omega^m = \int_{\Omega^m} \int_{V_p} \left[ -\beta_k I_{k\lambda}^m(s) + \kappa_k I_{bk\lambda}(s) + \frac{\sigma_{sk}}{4\pi} \int_{\Omega^l=4\pi} I_{k\lambda}(s, \Omega^l) \Phi_k(\Omega^m, \Omega^l) d\Omega^l \right] dV d\Omega^m \quad (1)$$

若不考虑散射,则可以表示为:

$$\int_{\Omega^m} \int_{A_i} I_{k\lambda,c}^m (s^m \cdot n_j) dA_i d\Omega^m = \int_{\Omega^m} \int_{V_p} \left[ -\kappa_k I_{k\lambda}^m(s) + \kappa_k I_{bk\lambda}(s) \right] dV d\Omega^m \quad (2)$$

式中:  $I_{k\lambda,c}^m$  为控制体在第  $m$  个立体角的光谱辐射强度,  $W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$ ;  $s^m$  为立体角的方向单位法向量;  $A_i$  为控制体某一表面积;  $n_j$  为控制体某一表面的单位法向量;  $\kappa_k$  为控制体中的谱带吸收系数;  $V_p$  为控制体的体积。

对不透明、漫发射、漫发射边界壁面,相应的边界条件为:

$$I_{k,w}(s) = \varepsilon_{k,w} I_{bk,w} + \frac{1 - \varepsilon_{k,w}}{\pi} \int_{n_w \cdot s_i \leq 0} I_{k,w}(s_i) |n_w \cdot s_i| d\Omega_i \quad (3)$$

式中:  $I_{k,w}$  为壁面的发射率;  $I_{bk,w}$  为壁面的黑体辐射强度;  $n_w$  为壁面向外的单位法向量。

公式(2)改写为数值计算格式:

$$a_{k,p}^m I_{k\lambda,p}^m = \sum_{j=E,W,S,N,T,B} a_j^m I_{k\lambda,j}^m + b_{k,p}^m \quad (4)$$

$$a_{k,p}^m = \sum_{j=E,W,S,N,T,B} \max[A_j D_j^m, 0] + k_{k,p} V_p \Omega^m \quad (5)$$

$$a_j^m = \max[-A_j D_j^m, 0] \quad (6)$$

$$b_{k,p}^m = k_{k,p} I_{bk\lambda,k,p} V_p \Omega^m \quad (7)$$

式中:  $I_{bk\lambda,k,p}$  为温度  $T_p$  下的光谱辐射强度;  $D_j^m$  为方向权值; 下标  $J = (E, W, S, N, T, B)$  为与控制体  $P$  相邻的各控制体的中心节点。

以喷管三维模型为例, 利用有限体积法计算  $2.7\ \mu\text{m}$  谱带下壁面在  $2\pi$  空间下沿各个方向受到的辐射热流密度  $Q_{\text{FVM}}$ , 则  $Q_{\text{FVM}}$  可以表示为:

$$Q_{\text{FVM}} = \Delta\lambda \sum_{m=1, n_i, n_j > 0}^M I_{k,p}^m + D_t^m \quad (8)$$

式中:  $M$  为立体角的个数;  $n_i$  为立体角  $t$  方向的单位法向量。

### 1.2 反向蒙特卡罗法

本文是在刘林华提出的一种基于辐射分配因子的反向蒙特卡罗辐射模拟方法的基础上<sup>[8]</sup>, 利用发射、反射、透射和吸收等传递过程中的概率模型, 通过统计从壁面面元到其它体元或面元的光束数量, 针对喷管内壁面受到的辐射热流密度进行了计算分析。

对于由  $N$  个面元,  $M-N+1$  个体元构成三维空间, 按照文献 [8] 基于反向蒙特卡罗法对三维空间的处理方法, 就可以得到由面元 1 在立体角  $d\Omega$  内沿着  $\theta$  角方向发射出的辐射能量被面元  $j$  ( $1 \leq j \leq N+1$ ) 或者体元  $j$  ( $N+1 \leq j \leq M$ ) 在立体角  $d\Omega_k$  内沿着  $\theta_k$  角方向所吸收的辐射能量。同理也可以得到由面元  $j$  和体元  $j$  在立体角  $d\Omega_k$  内沿着  $\theta_k$  角方向发射出的辐射能量被面元  $j$  或者体元  $j$  在立体角  $d\Omega$  内沿着  $\theta$  角方向所吸收的辐射能量, 之后通过传递因子的相互性原理, 就可以得到面元 1 在立体角  $d\Omega$  所吸收的辐射能量值  $Q_1$ 。

对于反向蒙特卡罗法,  $Q_1$  可以表示为:

$$Q_1 = \sum_{j=1}^M \sum_k \Delta A_1 \varepsilon_1 \cos\theta \, d\Omega \, I_b(T_1) RD_{1 \rightarrow jk} \quad (9)$$

同样是以喷管三维模型为例, 利用反向蒙特卡罗法计算  $2.7\ \mu\text{m}$  谱带下各个方向壁面受到的辐射热流密度。而文献 [8] 中式 (9) 得到的  $Q_1$  是边界吸收的辐射能, 而且本文计算的是边界在  $2\pi$  空间中沿各个方向受到的辐射热流密度, 而且若用式 (8) 的方法, 则需进行角度离散, 反而增加了离散误差, 同时在整个过程中, 只关注从壁面面元发出的光束被哪个体元或者面元吸收, 不关心其被吸收的方向。因此, 对式 (9) 进行修改优化, 则  $2.7\ \mu\text{m}$  谱带下面元 1 在半球空间中沿各个方向受到的辐射热流密度值  $Q_{\text{BMCM},1}$  可以表示为:

$$Q_{\text{BMCM},1} = \Delta\lambda \sum_k E_{b\lambda}(T_1) RD_{1 \rightarrow j} \quad (10)$$

式中:  $E_{b\lambda}(T_1)$  为面元 1 在  $T_1$  温度下的光谱辐射力;  $RD_{1 \rightarrow j}$  为传递因子, 表示由面元 1 在  $2\pi$  空间内发射出的辐射能量被体元  $j$  或面元  $j$  吸收的比例份额。

### 1.3 理论对比分析

首先, 理论分析有限体积法的局限性。假设图 1 中控制体  $P$  的表面  $T$  是边界, 其他表面与控制体  $E, W, S, N, B$  相贴。在数值计算时, 由式 (4) 可以知道,  $I_{k,T}^m$ , 即边界表面  $T$  的辐射强度应该是已知的, 这样才能得到唯一解。因为  $T$  表面是边界, 所以  $I_{k,T}^m$  等于  $I_{k,w}(s)$ 。如果是气体边界,  $I_{k,w}(s)$  就等于壁面发射的辐射强度  $I_{k,w}$ , 甚至对于一些低温低压气体边界, 这部分辐射是可以忽略的; 而若是壁面边界,  $I_{k,w}(s)$  应该如式 (3) 所示, 应该在气体边界基础上加上发射到壁面而被壁面反射的辐射能量, 但发射至壁面的辐射强度  $I_{k,p}^m$  是未知的, 若只考虑壁面发射辐射能, 理论上会产生误差。之后的章节会对这一结论做出论证。

反向蒙特卡罗法主要是利用光线追踪, 结合边界条件, 判断光束到达边界时是透射、吸收还是反射, 以此适应各种边界设置。因此, 该方法在理论上不存在有限体积法的局限性。

反向蒙特卡罗法在非均匀介质中进行光线追踪十分复杂而费时。针对该问题, 本文提出了一种较为高效的光线追踪方法, 弱化了耗时长这一劣势。

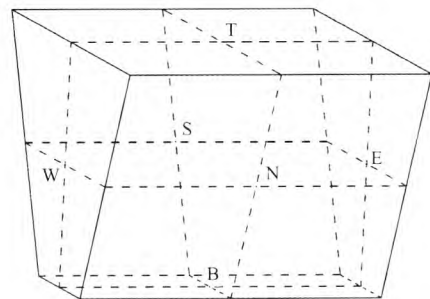


图 1 体元

Fig. 1 Volume element

以本文喷管模型为例, 每个网格空间代表一个体元, 从壁面发出的一道光束, 在非均匀环境中, 需要判断出其具体通过的路径, 而且得确定通过网格的先后顺序, 因为当满足随机射线程长或被吸收、投射出系统时就要停止追踪。同时, 不能在确定下一个通过的体元时将所有体元都进行判断, 因此首先需要判断光束的一个大致方向。图1为模型中某一体元的简易图, 把T面当做壁面, W, E为 $x$ 轴方向的2个面。从T面发射出的光束, 确定其发射方向的法向量, 结合各个面向外的法向量, 通过两向量的夹角便可以判断该光束可能通过的其中3个面: W/E, T/B及S/N。当W/E和S/N面确定后, 该光束在结束追踪前, 通过的面都是相同的, 所以只需一次判断即可, 而T/B面由于光束始终都是从壁面T发出的, 所以只要判断出第一次通过某体元B面, 之后都是从T面通过的。这样就可以得到一个大致方向, 使每个体元减少了一半判断是否通过面元的时间。

之后, 由于该计算域的每一个体元都有对应的排列规律, 因此通过该体元的任一面元都可以迅速确定与这一面元相贴合的下一个通过的体元, 从而减少了大量寻找下一体元的时间。

结合2种方法的理论分析可知: 有限体积法更适用于无反射边界的辐射计算; 对于反射率较高的边界, 有限体积法会产生较大误差, 影响计算结果, 而反向蒙特卡罗法则不存在反射率问题。计算耗时的问题通过改善追踪方法得以缓解。

## 2 实际计算模型

本文以某液体火箭发动机的双圆弧喷管为例,  $\text{CO}_2$  和  $\text{H}_2\text{O}$  作为喷管燃气中的主要辐射物质, 不考虑散射影响。有限体积法将利用共轭梯度法求解方程组, 反向蒙特卡罗法运用较为高效的光线追踪方法, 以提高计算效率。

### 2.1 流场数据

将喷管计算区域划分为  $140 \times 40 \times 40$  的网格系统, 而立体角网格系统则划分为  $N\theta \times N\psi = 18 \times 36$ 。

本文喷管模型流场计算选用的推进剂为偏二甲肼和四氧化二氮, 混合比 2.64。其中燃烧室即

喷管入口压力设定为 10 MPa, 喷管扩张比为 70。

图2和图3分别是喷管温度场与压力场的二维分布图。计算时我们通过轴向旋转来得到三维的温度与压力分布。

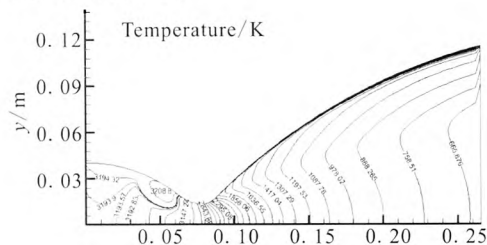


图2 喷管温度场分布

Fig. 2 Distribution of temperature field of nozzle

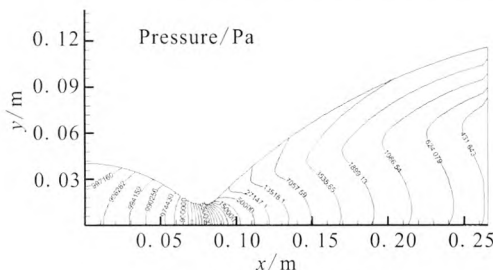


图3 喷管压力场分布

Fig. 3 Distribution of pressure field of nozzle

图4和图5分别是喷管内燃气中  $\text{CO}_2$  和  $\text{H}_2\text{O}$  摩尔分数的二维分布图。

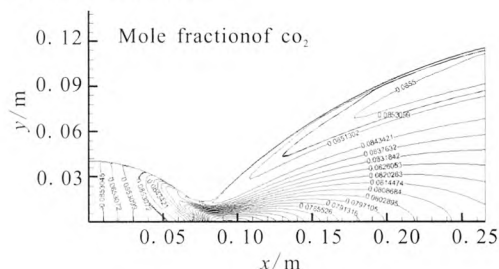


图4  $\text{CO}_2$  的摩尔分数

Fig. 4 Mole fraction of  $\text{CO}_2$  in fuel gas in nozzle

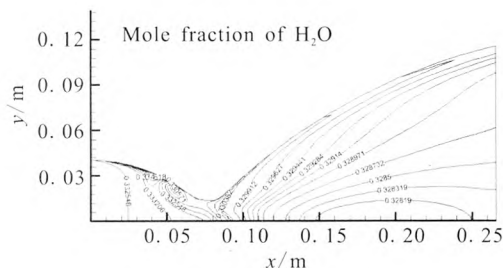


图5  $\text{H}_2\text{O}$  的摩尔分数

Fig. 5 Mole fraction of  $\text{H}_2\text{O}$  in fuel gas in nozzle

## 2.2 光谱吸收系数

已知流场数据后,需要计算  $\text{CO}_2$  和  $\text{H}_2\text{O}$  的气体吸收系数。本文利用逐线积分法,结合 HITRAN 2008 和 HITEMP 2010 数据库,得到高精度的吸收系数。图 6 给出了不同温度下  $\text{CO}_2$  在 3 200 到 3 800 波数范围的光谱吸收系数。

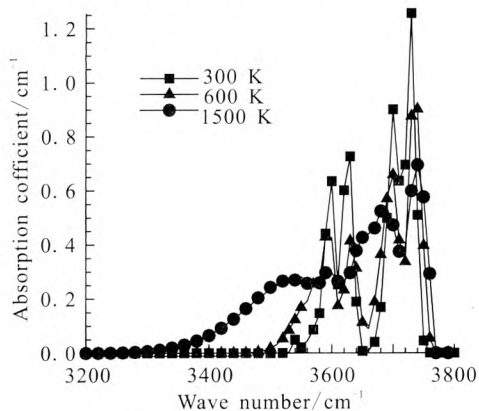


图 6  $\text{CO}_2$  的光谱吸收系数

Fig. 6 Spectral absorption coefficient of  $\text{CO}_2$

图 6 与文献 [12] 中的  $\text{CO}_2$  光谱吸收系数数据略有偏差,分析后发现可能是由于不同版本的数据库而产生的误差,但总体数据吻合良好,证明了计算方法的正确性。

图 7 是用相同方法计算得到的  $\text{H}_2\text{O}$  光谱吸收系数数据。

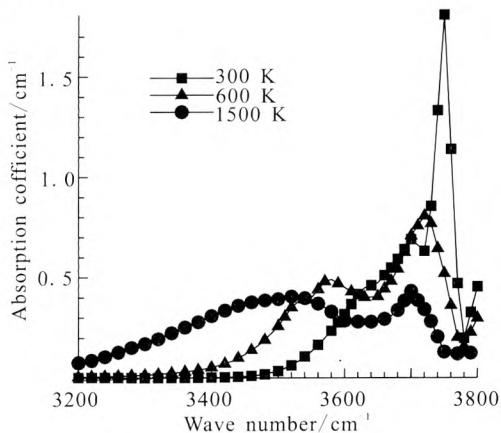


图 7  $\text{H}_2\text{O}$  的光谱吸收系数

Fig. 7 Spectral absorption coefficient of  $\text{H}_2\text{O}$

## 3 算法验证

本文利用直接模拟蒙特卡罗法对 2 种算法进

行验证。以黑体边界的双圆弧喷管为例,计算时,取  $2.7\ \mu\text{m}$  谱带范围,且谱带宽度为  $0.05\ \mu\text{m}$ 。本文主要以验证方法为主,假设没有任何冷却效果,壁面光谱发射率  $I_{w,\lambda}$  设为 0.6。

由于三维喷管计算域流场的数据都是通过二维数据通过轴向旋转形成的,因此计算得出的结果也是轴向对称的,所以在之后的数值对比中将选取沿  $x$  轴方向的一组数据进行分析。 $x$  轴表示喷管长度值, $y$  轴表示喷管在该位置壁面所受的辐射热流密度值。

通过图 8 可以看出,3 种算法结果吻合良好,证明了本文中有限体积法和反向蒙特卡罗法的正确性。

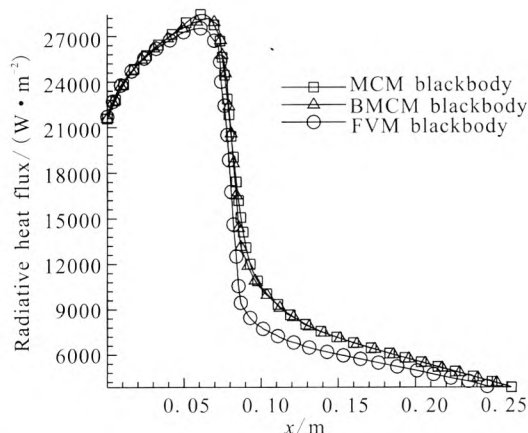


图 8 有限体积法,直接模拟蒙特卡罗法和反向蒙特卡罗法(黑体边界)计算辐射热流密度的对比

Fig. 8 Comparison of radiation heat flux density got by FVM, direct simulation Monte Carlo method and BMCM (blackbody boundary)

## 4 计算结果

图 9 所示,是分别利用有限体积法和反向蒙特卡罗法计算得到的壁面受到的辐射热流密度对比曲线图,边界设定为壁面的温度和其光谱发射率。

图 10 所示,是用有限体积法,且边界条件不变,而将反向蒙特卡罗法的计算边界设置为光谱发射率为 0.6 的气体边界,从而得到的计算结果对比曲线图。



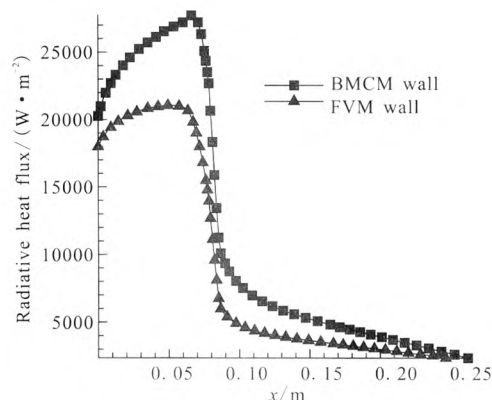


图 9 有限体积法和反向蒙特卡洛法  
计算辐射热流密度的对比

Fig. 9 Comparison of radiation heat flux  
density got by FVM and BMCM

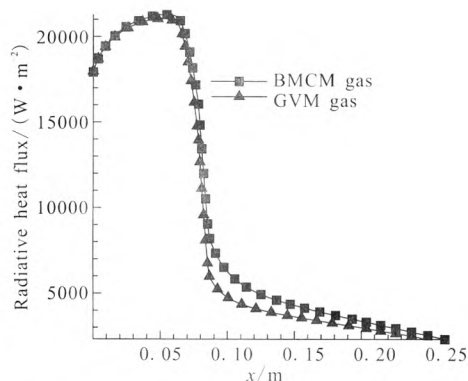


图 10 有限体积法和反向蒙特卡洛法(气体边界)  
计算辐射热流密度的对比

Fig. 10 Comparison of radiation heat flux density  
got by FVM and BMCM (gas boundary)

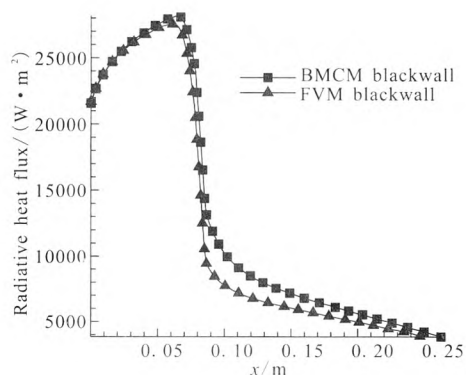


图 11 有限体积法和反向蒙特卡洛法(黑体边界)  
计算辐射热流密度的对比

Fig.11 Comparison of radiation heat flux density  
got by FVM and BMCM (blackbody boundary)

图11所示,将有限体积法和反向蒙特卡罗法的边界设置都为黑体,即边界光谱发射率为1.0,所得到的计算结果对比曲线图。

## 5 数据结果分析

从图9看出,有限体积法和反向蒙特卡罗法在都以光谱发射率为0.6的壁面作为边界条件,得到的结果存在很大的误差。

证实了本文之前的理论分析,即有限体积法在计算边界反射率不为零的辐射时,结果会产生很大误差。推断的原因是有限体积法没有考虑壁面反射。但是,仅图9是无法确定误差原因就是壁面反射。

在图10中将反向蒙特卡罗法的边界条件设置为光谱发射率为0.6的气体,即光束到达边界时,只有被吸收或者透射出计算域这2种情况,边界反射率为零。若图9中产生误差原因不是壁面反射,则两者结果应该仍存在较大误差,但是从图10中可以看出,2条曲线吻合良好,从而证明未优化的有限体积法计算时没有考虑边界反射影响。

而图11中以黑体作为2种方法的边界,即反射率和透射率都为0,2种方法计算结果曲线吻合良好。因此得出结论:当边界的反射率越小时,有限体积法产生的误差越小。

## 6 结论

本文以液体火箭发动机喷管模型为例,得出结论:有限体积法比较适用于纯气体的辐射计算,并且具有精度良好、计算时间短的优势,但是有局限性,就是在解决边界反射情况的辐射计算时会产生很大误差,这个误差会随边界反射率的增加而增大;而反向蒙特卡罗法,高精度是其优势,而且可以充分考虑各种因素,并在非均匀介质中利用高效的光线追踪方法使计算速度得到提高。因此,在计算火箭发动机喷管内的辐射问题上反向蒙特卡罗法具有较好的优势。

(下转第 51 页)

- 响的数值模拟研究[J]. 宇航学报, 2001, 22(2): 32-38.
- [10] 戴梧叶, 刘宇, 张正科, 等. 外流对塞式喷管性能的影响[J]. 空气动力学学报, 2002, 20(1): 32-38.
- [11] 王长辉, 刘宇. 外流对塞式喷管流场和性能的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(2): 130-134.
- [12] 王长辉, 刘宇, 覃粒子. 塞式喷管设计和性能验证[J]. 空气动力学报, 2008, 26(2): 139-144.
- [13] 覃粒子, 刘宇, 王一白. 线性塞式喷管型面快速设计方法[J]. 推进技术, 2004, 25(2): 144-147.
- [14] PRABHU D K, LOOMIS M P, VENKATAPATHY E, et al. X-33 aerothermal environment simulations and aerothermodynamic design, AIAA 98-868-111[R]. USA: AIAA, 1998.
- [15] 李军伟, 刘宇, 王长辉. 塞锥侧板对直排塞式喷管性能的影响[J]. 推进技术, 2004, 25(3): 252-258.

(编辑: 王建喜)

(上接第 32 页)

参考文献:

- [1] MODEST M F. Radiation heat transfer[M]. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 2003: 645-676.
- [2] BRIGGS L L, MILLER W F, Jr., LEWIS E E. Ray-effect mitigation in discrete ordinate-like angular finite element approximations in neutron transport[J]. Nuclear Science and Engineering, 1975 (112): 205-217.
- [3] RAITHBY G D, CHUI E H. A finite-volume method for predicting a radiant heat transfer enclosures with participating media[J]. ASME Journal of Heat Transfer, 1990, 112(2): 415-423.
- [4] CHAI J C, PARHTASARATHY G, LEE H S, et al. Finite volume method for radiation heat transfer procedure for irregular geometries[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 1995, 9(3): 410-415.
- [5] NELSON H F. Backward Monte Carlo modeling for rocket plume base heating[J]. Journal of Heat Transfer, 1992, 6(3): 556-558.
- [6] 郑才浪, 朱定强, 乔要宾. 轨控发动机羽流红外辐射的数值仿真[J]. 宇航学报, 2014, 35(5): 521-527.
- [7] WALTERS D V, BUCKIUS R O. Rigorous development for radiation heat transfer in nonhomogeneous absorbing, emitting and scattering media[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1992, 35(12): 3323-3333.
- [8] MODEST M F. Radiation heat transfer[M]. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 2003: 645-676.
- [9] LIU L H. Backward Monte Carlo method based on radiation distribution factor[J]. AIAA Journal of Thermo physics and Heat Transfer, 2004, 18(1): 151-153.
- [10] 柴栋, 方洋旺, 童中翔, 等. 超然冲压发动机喷管红外辐射特性数值模拟[J]. 航空学报, 2013, 34(10): 2300-2307.
- [11] 黄伟, 吉洪湖. 加力式涡扇发动机非家里状态部件红外辐射分析[J]. 航空动力学报, 2011, 26(1): 48-53.
- [12] 谈和平, 夏新林, 刘林华, 等. 计算热辐射学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006: 194-213.
- [13] LUDWING C B, MALKMUS W, REARDON J E, et al. Handbook of infrared radiation from combustion gases, NASA-SP-3080[R]. USA: AIAA, 1973.

(编辑: 马 杰)