

# 基于高阶 WENO 格式的喷管 动态特性仿真分析

梁俊龙<sup>1</sup>, 张贵田<sup>1</sup>, 秦艳平<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 燃烧、热结构与内流场重点实验室, 陕西 西安 710072;

2. 西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 喷管的动态特性分析是进行高品质控制系统设计、控制参数优化、控制规律验证的基础。为了分析喷管的动态特性, 针对轴对称收扩喷管, 基于一维变截面非稳态无粘流动控制方程, 利用有限体积 Roe 类型的高精度 WENO 格式对控制方程进行离散, 采用三阶强稳定型龙格库塔方法进行时间方向的积分, 利用激波探测函数实时捕获激波位置, 建立了喷管的一维动态特性仿真程序。通过与理论解析解的对比验证了仿真程序和激波探测函数的正确性。在欠膨胀状态下, 获得了喷管入口总压、总温扰动下, 喷管进出口压力和推力的阶跃响应特性, 对比分析了各扰动因素对推力响应特性的影响。进一步分析了扩张段存在激波的情况下, 在不同的扰动下激波运动和推力等参数的变化规律, 能够为推力控制系统分析提供参考。

**关键词:** 喷管; 高阶有限体积法; WENO 格式; 动态特性; 激波探测

**中图分类号:** V434-34 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374 (2015) 04-0029-08

## Simulated analysis on nozzle dynamic characteristics based on high-order WENO scheme

LIANG Junlong<sup>1</sup>, ZHANG Guitian<sup>1</sup>, QIN Yanping<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Combustion, Thermal Structure and Inner Flow Field, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** Dynamic characteristic analysis of the nozzle is a foundation to conduct the high-quality controller design, parameter optimization and control law verification. To investigate the dynamic characteristics, the finite volume Roe type high-accuracy weighted essentially non-oscillatory (WENO) scheme combined with shock wave detection function is adopted to accurately capture the shock wave location and establish the simulation program of one-dimensional dynamic characteristics for the nozzle based on the one-dimensional unsteady flow governing

收稿日期: 2015-02-26; 修回日期: 2015-04-22

基金项目: 国家 863 项目 (2009AA7050408)

作者简介: 梁俊龙 (1977—), 男, 博士研究生, 研究领域为航空宇航推进理论与工程

equations. The correctness of simulation program and shock wave detection function was verified by contrast of the theoretical analytical solution. Under disturbances from inlet total temperature and total pressure, the step response features of thrust and pressure at inlet/outlet of the nozzle were obtained, and the effect of each disturbance factor on the thrust response characteristics was analyzed. Furthermore, the change rule of the shock wave motion and the thrust is analyzed when the shock wave exits at the divergent section, which is valuable to design the thrust controller.

**Keywords:** nozzle; high-order finite volume method; WENO scheme; dynamic characteristic; shock wave detection

## 0 引言

喷管作为高速推进系统的重要组成部分,其动态特性直接影响发动机的推力变化、压力波动以及其他部件的工作过程。喷管的动态特性对推力建立过程有着重要作用,分析推力的变化机理及其影响因素,为推力特性分析和推力控制系统设计以及弹道控制精度分析奠定基础。

随着计算流体力学的发展,数值模拟在喷管研究中得到了广泛应用。二维和三维数值模拟计算量大,而喷管的推力传递特性主要是由扰动波在气流轴向的传播引起的,因此,对喷管动态特性的研究主要针对一维无粘流动开展。为模拟喷管的动态特性,常采用有限差分法和有限体积法等。有限差分法对网格的光滑性要求较高,而有限体积法对网格的适应性强,且能够保证守恒量的守恒型,从而获得高精度的求解。有限体积法在计算界面通量时,常采用 Godunov 类黎曼求解器。其中, Harten-Lax-van Leer-Contact(HLLC)是最简单的求解器,对激波、接触间断和剪切层能够精确求解<sup>[1-6]</sup>。虽然 HLLC 格式计算量小,但精度较低。为提高精度,在有限体积单元边界的状态重构过程中采用高精度格式<sup>[7]</sup>。与 PPM 和 MUSCL 重构相比<sup>[8-9]</sup>,采用 ENO 和 WENO 重构的精度更高耗散更小。在相同模板下, WENO 格式比 ENO 格式的精度更高<sup>[10-20]</sup>。在重构变量的选择上,若直接对守恒量进行重构,计算量小,但存在轻微振荡,对特征变量进行重构则计算量大但是稳定性好<sup>[17-20]</sup>。为改进负权重问题,舒其望等提出了 WENOJS 格式<sup>[12]</sup>;为提高 WENO 格式在

极值点的精度,提出了 WENOM 格式<sup>[13-14]</sup>;为降低计算量并提高极值点的精度,随后发展了 WENOZ 格式<sup>[15,16,20]</sup>。WENOZ 格式的计算效率与 WENOJS 相当<sup>[16,20]</sup>,比 WEMOM 节省计算时间,且在临界点获得最佳的精度。因此,采用五阶 WENOZ 格式对有限体积界面的左右状态变量进行重构,利用 Roe 近似黎曼求解器计算界面的通量,对源项采用高阶中心差分格式进行离散,对时间方向采用三阶 TVD 型龙格库塔方法进行积分。根据上述数值方法模拟喷管的非稳态流动,通过激波探测器实时捕捉激波运动,分析激波运动规律,并研究喷管入口和出口参数扰动下,喷管内部参数和推力的变化规律。

## 1 数学模型

### 1.1 控制方程

如果流动通道的横截面积变化缓慢,通道的轴向曲率半径与通道高度相比很大,流动可简化为准一维流动。此时,流动参数在垂直于平均流动方向的所有平面上是均匀的。一维变截面理想无粘流动的控制方程为

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} = \tilde{J} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{A})}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u}\tilde{A})}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u}\tilde{A})}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u}^2\tilde{A} + \tilde{p}\tilde{A})}{\partial x} = \tilde{p}\frac{\partial\tilde{A}}{\partial x} \\ \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{A}\tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}\tilde{\rho}\tilde{A}\tilde{H})}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\tilde{E} = \tilde{e} + 0.5\tilde{u}^2$  是总能,  $\tilde{e}$  是比内能;  $\tilde{H} = \tilde{h} + 0.5\tilde{u}^2$  是总焓,  $\tilde{h}$  是比焓;  $\tilde{A}$  是进气道面积;  $\tilde{u}$  是流速;  $\tilde{\rho}$

是密度;  $\tilde{p}$  是静压。  $\tilde{U}[\tilde{\rho A}, \tilde{\rho u A}, \tilde{\rho A E}]^T$  是守恒变量构成的矢量, 其通量为  $\tilde{F}[\tilde{\rho u A}, \tilde{\rho u^2 A}, \tilde{\rho A E}]^T$ ,  $\tilde{J}$  是源项。假设燃气为理想气体, 则根据状态方程

$$\tilde{p} = \tilde{\rho} \tilde{R} T; \quad \tilde{a} = \sqrt{\gamma \tilde{p} / \tilde{\rho}} \quad (2)$$

其中  $\tilde{a}$  是声速;  $\gamma$  是比热比, 对于燃气  $\gamma = 1.33$ 。

## 1.2 控制方程的无量纲化

为了使得结果的分析具有通用性, 将控制方程进行无量纲化, 选择喷管喉部面积作为参考面积, 喷管的长度作为参考长度, 喷管入口滞止条件下的状态参数作为密度、压力和温度的参考值, 取速度参考量为  $u_j = \sqrt{p_i / \rho_i}$ , 下标 “i” 表示滞止参数。时间的参考值为喷管长度与速度参考量的比值。根据这组参考量, 对控制方程进行无量纲化, 得到的无量纲控制方程为

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \tilde{x}} = \tilde{J} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial(\tilde{\rho A})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial(\tilde{\rho u A})}{\partial \tilde{x}} = 0 \\ \frac{\partial(\tilde{\rho u A})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial(\tilde{\rho u^2 A} + \tilde{p A})}{\partial \tilde{x}} = \tilde{p} \frac{\partial A}{\partial \tilde{x}} \\ \frac{\partial(\tilde{\rho A E})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial(\tilde{\rho u A H})}{\partial \tilde{x}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

无量纲理想气体状态方程和气流声速为

$$\tilde{p} = \tilde{\rho} \tilde{T}; \quad \tilde{a} = \sqrt{\gamma \tilde{p} / \tilde{\rho}} \quad (4)$$

## 2 数值方法

考虑在  $x$  方向的一个有限控制体  $[x_{j-0.5}, x_{j+0.5}]$ , 控制体长度为  $\Delta x = x_{j+0.5} - x_{j-0.5}$ , 在控制体上对无量纲控制方程 (3) 进行空间积分, 保证时间方向连续获得半离散型有限体积格式为

$$\frac{dU_j(t)}{dt} = -\frac{(F_{j+0.5} - F_{j-0.5})}{\Delta x} + J_j(U) = L_j(U) \quad (5)$$

其中  $U_j(t)$  是  $t$  时刻控制单元  $[x_{j-0.5}, x_{j+0.5}]$  上的空间平均矢量,  $F_j(t)$  是在  $x_{j+0.5}$  界面上  $t$  时刻的数值通量, 即

$$U_j(t) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{j-0.5}}^{x_{j+0.5}} U(x, t) dx, \quad F_{j+0.5} = F(U(x_{j+0.5}, t)) \quad (6)$$

## 2.1 时间积分

采用三阶强稳定保持型 TVD 型龙格库塔积分:

$$\begin{aligned} v_j^0 &= U_j^n \\ v_j^{(1)} &= v_j^0 + \Delta t L_j(v_j^0) \\ v_j^{(2)} &= \frac{3}{4} v_j^n + \frac{1}{4} v_j^{(1)} + \frac{1}{4} \Delta t L_j(v_j^{(1)}) \\ v_j^{(3)} &= \frac{1}{3} v_j^n + \frac{2}{3} v_j^{(2)} + \frac{2}{3} \Delta t L_j(v_j^{(2)}) \\ U_j^n &= v_j^{(3)} \end{aligned} \quad (7)$$

时间步长为

$$\Delta t = \sigma \frac{\Delta x}{\max_j (|u_j| + a_j)} \quad (8)$$

式中:  $\sigma$  为库朗数, 当  $0 < \sigma < 1$  时, 数值解是稳定的。

## 2.2 WENO 重构

与针对守恒变量进行重构相比, 针对特征变量进行重构的振荡小、鲁棒性好、精度高, 因此采用基于特征变量的 WENO 重构方法。在每个固定的节点  $x_{j+0.5}$ , 网格截面的守恒量  $U_{j+0.5}$  通过 Roe 平均计算。

$$U_{j+0.5} = B^{Roe}(U_{j+1}, U_j) \quad (9)$$

利用  $U_{j+0.5}$ , 计算雅克比矩阵  $F(U_{j+0.5})$  的特征值  $\lambda_{j+0.5}^i (i=1, 2, 3)$  和特征矢量矩阵。

$$R = R(U_{j+0.5}), L = L(U_{j+0.5}), \Lambda = \Lambda(U_{j+0.5}) \quad (10)$$

根据左特征矩阵  $L$ , 将守恒量转换到局部特征变量  $V_m = L U_m$ 。对重构用到的节点  $x_m (m=j+1-k, j+k)$ , 其局部特征变量的分量按照下式计算

$$v_m^i = l_{j+0.5}^i U_m, \quad i=1, 2, 3; \quad m=j-k+1, K, j+k \quad (11)$$

通过局部特征变量  $V_j$  重构界面两侧的特征通量  $\hat{V}_{j+0.5}^L$  和  $\hat{V}_{j+0.5}^R$ 。通过右特征矩阵将界面两侧的特征变量转换为守恒变量

$$\hat{U}_{j+0.5}^L = R \hat{V}_{j+0.5}^L, \quad \hat{U}_{j+0.5}^R = R \hat{V}_{j+0.5}^R \quad (12)$$

WENO 格式的高精度在于对候选子模板  $v_{j+0.5}^r$  的凸组合。对于 5 阶 WENO,  $k=3$ ,  $k$  个模板为

$S_r(i)=\{x_{j-r},L,x_{j-r+k}\},r=0,L,k-1$  (13)

通过这些候选模板产生  $k$  个不同的重构  $v_{j+0.5}^+$

$v_{j+0.5}^r=\sum_{m=0}^{k-1}c_{rm}v_{j-r+m},r=0,L,k-1$  (14)

插值系数  $c_{rm}$  见文献 [10]。WENO 重构是通过对  $v_{j+0.5}^r$  的加权组合作为单元界面值  $v_{j+0.5}^+$  的近似

$v_{j+0.5}^+=\sum_{r=0}^{k-1}\omega_rv_{j+0.5}^r$  (15)

权系数  $\omega_r$  是 WENO 格式的基础。对于经典的 Jiang-Shu<sup>[11]</sup>非线性权系数 (JS), 权系数定义如下

$\omega_r=\frac{\alpha_k}{\sum_{l=0}^{r-1}\alpha_l},\alpha_k=\frac{d_k}{(\beta_k+\varepsilon)^p}$  (16)

式中: 系数  $d_k$  为最优权系数;  $\beta_k$  为光滑度指示因子。

$d_0=0.3, d_1=0.6, d_2=0.1$  (17)

对于均匀分布的网格, 光滑度指示因子定义为

$$\begin{aligned}\beta_2&=\frac{13}{12}(v_j-2v_{j+1}+v_{j+2})^2+\frac{1}{4}(v_{j+2}-4v_{j+1}+3v_j)^2 \\ \beta_1&=\frac{13}{12}(v_{j-1}-2v_j+v_{j+1})^2+\frac{1}{4}(v_{j-1}-v_{j+1})^2 \\ \beta_0&=\frac{13}{12}(v_{j-2}-2v_{j-1}+v_j)^2+\frac{1}{4}(v_{j-2}-4v_{j-1}+3v_j)^2\end{aligned}$$
 (18)

为了进一步减小数值耗散并提高极值点的精度, Borges 等改进了光滑度指示因子提出 WENOZ 格式<sup>[13]</sup>。Borges 等定义的光滑度指示因子为

$\tilde{\beta}_r=\frac{1}{1+(\tau_5/(\beta_r+\varepsilon))^p},r=0,1,2,\tau_5=|\beta_2-\beta_0|$  (19)

对应的 WENO 权系数为

$\omega_k^z=\frac{\tilde{\alpha}_k}{\sum_{l=0}^2\tilde{\alpha}_l},\tilde{\alpha}_k=\frac{d_k}{\tilde{\beta}_k},k=0,1,2$  (20)

2.3 对流量计算

对于一维欧拉方程, Roe 近似黎曼求解器定义数值通量<sup>[11-6]</sup>为

$F_{j+0.5}=\frac{1}{2}(F(U_L)+F(U_R))-\frac{1}{2}R|\Lambda|L(U_R-U_L)$  (21)

式中的特征矩阵和特征值是基于界面的参数  $U_{j+0.5}$  获得的, 界面参数是利用对界面两侧参数的 Roe 平均计算得到的。

$U_{j+0.5}=B^{Roe}(U_L,U_R)$  (22)

Roe 格式对接触间断和激波的分辨率很高, 而在膨胀区域容易产生非物理解, 因此需要引入熵修正。熵修正的方法很多<sup>[21]</sup>, 本文采用最常用的 Harten-Yee 型熵修正方法求解喷管流动问题。

2.4 几何源项处理

在流场内部的点, 光滑区域采用中心差分格式对几何源项进行离散, 对于边界区域采用低阶有限差分方法对几何源项进行离散。

2.5 边界条件

喷管入口给定来流的总温和总压, 入口速度由流场内部参数和总温、总压决定。

出口是亚音速还是超音速, 需要根据出口压力与来流总压以及出口截面的流场信息。亚音速出口给定出口背压, 只计算两个黎曼不变量, 并通过黎曼不变量计算其他参数。超音速出口直接利用外插获得边界上的黎曼不变量, 然后计算其他参数。

2.6 激波探测器

为了分析激波位置的变化规律, 激波探测器是关键。有很多探测激波的方法, 简单通用准确的探测方法是决定激波运动分析结果的关键。根据 MacCormack 的粘性修正项思想, 构造激波探测函数为

$q_j=\left|\frac{\phi_{j-1}-2\phi_j+\phi_{j+1}}{\phi_{j-1}+2\phi_j+\phi_{j+1}}\right|$  (23)

在光滑区  $q_j$  近似为

$q_j=\frac{\left|\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\right|(\Delta x)^2+O((\Delta x)^4)}{4\phi_j+O((\Delta x)^2)}$  (24)

可见, 光滑区  $q_j$  很小, 而在激波附近, 变量  $\phi$  的一阶导数近似值  $\phi_{j+1}-\phi_j$  和  $\phi_j-\phi_{j-1}$  相差较大, 使得激波探测因子  $q_j$  很大。因此,  $q_j$  最大的

地方是激波的位置。这种方法获得的是离散的点, 而实际激波运动是连续的。为获得连续的激波运动, 利用该点附近的区域进行插值将马赫数为 1 的地方定义为激波位置。

### 3 仿真结果分析

#### 3.1 算法验证

高速推进系统中常采用锥形收扩喷管<sup>[22]</sup>, 选择文献 [22] 中的喷管作为研究对象, 在相同的面积变化规律下, 将喷管长度取为 0.05 m, 且将喉部位置定义为坐标系的零点。取喷管入口的燃气总温为 1 000 K, 总压 2 MPa, 网格数目为 100,  $\sigma$  为 0.5, 仿真时间为 0.02 s。给定激波位置和初始的喷管入口参数, 以一维喷管无粘流动精确解作为初始流场分布, 利用高精度一维喷管无粘流动仿真程序进行 0.02 s 的计算, 获得稳态的初始数值解。将喷管入口总压与出口静压的比值定义为喷管落压比, 简记为 NPR。当 NPR 为 1.4 时, 利用动态仿真获得的稳态压力分布和激波探测函数的分布如图 1 所示。

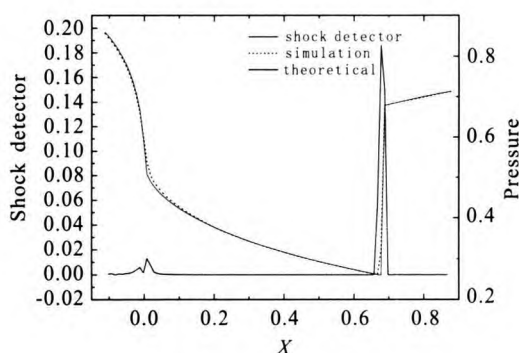


图 1 仿真结果与精确解的对比

Fig. 1 Comparison between exact solution and numerical result

仿真计算的压力与无粘流动的理论结果符合的很好, 验证了激波动态特性仿真的正确性。激波探测函数在光滑区域基本为零, 而在喉部附近, 收敛段面积减小, 扩张段面积增加, 使得面积变化的一阶导数不连续。数值计算中采用了中心差分计算喉部附近点的面积变化率, 使得计算的面积变化率过大导致流动参数发生较大的变

化。收敛段压力变化速率较大, 而扩张段压力的变化较为平缓, 使得激波探测函数在喉部附近出现局部极大值。在激波附近, 仿真结果在几个网格点内压力剧烈变化, 从而激波探测函数出现了尖峰, 峰值出现在激波的前沿。由激波探测函数的分布可知, 激波探测器能够准确地判断流场的间断和一阶导数突变的位置, 为激波动态特性分析奠定了基础。

喷管的推力与喷管的工作状态相关<sup>[23]</sup>。在推进系统工作过程中, 燃烧室内部的压力和温度是不断变化的, 喷管的特性决定了推力变化的快慢和变化规律。喷管通常工作在超临界状态, 因此, 主要针对超临界状态下的动态特性进行分析。

#### 3.2 入口参数扰动下喷管的动态特性分析

当 NPR 为 2, 喷管处于欠膨胀状态时, 喷管扩张段的气流处于超音速状态, 喷管内部不产生激波。喷管推力的定义为

$$F_s = \int_{in}^e p A_x dx \quad (25)$$

式中: 下标 in 和 e 分别表示喷管入口和出口截面。

当入口总压阶跃增加 5% 时, 喷管内部参数的变化规律如图 2 所示。当入口总压增加, 入口压力与扰动最近, 最先感受到压力的变化, 因而, 先随之快速增加, 然后逐渐增加到稳态值。入口参数的扰动随着气流经过一定时间后传播到喷管出口, 因而, 喷管出口压力在这段时间内不变。经过这个纯延迟状态后, 出口压力先剧烈上升而后波动增加到稳态值。入口压力的稳定时间更短, 约 0.5 ms, 后喷管出口压力扰动最远, 稳定时间较长, 约 3 ms。初始阶段, 推力急剧减小, 这是因为收敛段的压力急剧增加而引起的, 而后随着扰动的传播, 扩张段气流压力升高, 使得推力逐渐增加。推力代表了整个喷管内部压力的积分, 是压力变化的综合效果, 因而只有当喷管内部压力全部稳定后, 推力才稳定, 推力的稳定时间与出口压力的稳定时间相同, 约 3 ms。

当入口总温阶跃变化 5% 时, 喷管内部参数的变化规律如图 3 所示。总温增加后, 入口静压

急剧增加而后逐渐变化到稳态值，入口温度和压力的扰动信号经过 0.5 ms 的延迟后传播到喷管出口，使得出口压力剧烈增加到一定数值而后逐渐增加至峰值而后缓慢减小至稳态值。总温增加后入口压力先增加使得推力急剧减小，而后随着扰动的传播，推力又增加到峰值，而后随着气流压力的降低，推力逐渐降低到稳态值，推力的稳定时间与出口压力相同基本为 3 ms。

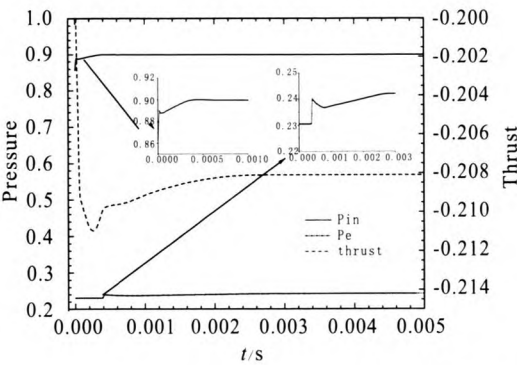


图 2 NPR 为 2 时,推力和压力对入口总压的阶跃响应  
Fig. 2 Step responses of thrust and pressure to inlet total pressure as NPR is 2

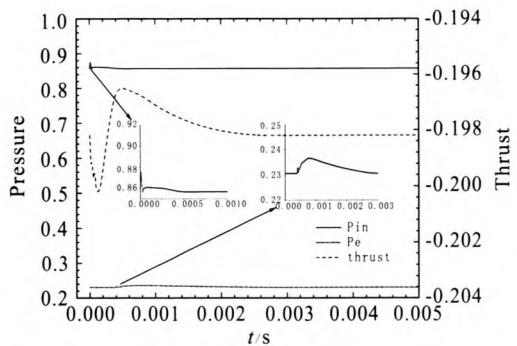


图 3 NPR 为 2 时,推力和压力对入口总温的阶跃响应  
Fig. 3 Step responses of thrust and pressure to inlet total temperature as NPR is 2

推进系统工作过程中，外部压力是变化的，可能在某些状态，扩张段内部存在激波，因而，有必要分析该状态下的喷管动态特性。根据理论计算，当 NPR 为 1.4 时，喷管处于超临界状态，且扩张段内部存在正激波。当入口总压阶跃变化 5% 时，喷管内部参数的变化规律如图 4 所示。入口总压增加后，入口静压剧烈增加然

后逐渐增加到稳态值。经过一定延迟后，扰动传播到激波，激波在扰动作用下向下游运动，经过约 11 ms 达到稳态。激波运动的典型特征是纯延迟环节和一阶惯性环节。激波运动产生的扰动向下游传播引起出口压力的变化，出口压力经过一个尖峰后达到稳态值。初始阶段，入口压力增加使得推力急剧减小，而后经过一个波动后，逐渐衰减至稳态值，由于激波一直在运动，使得喷管内部的压力处于波动状态，推力随着激波运动而变化，因而推力和激波的稳定时间相同。

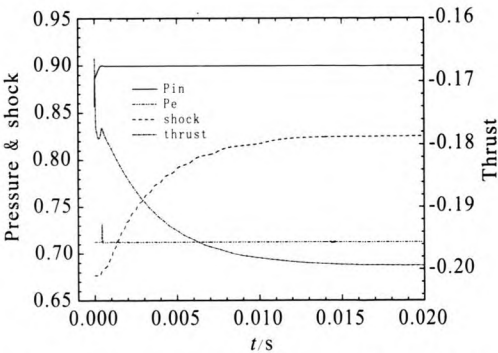


图 4 NPR 为 1.4 时,喷管对入口总压的阶跃响应  
Fig. 4 Step responses of nozzle to inlet total pressure as NPR is 1.4

当入口总温阶跃增加 5% 时，喷管压力、推力和激波位置的变化规律如图 5 所示。总温增加后，入口速度变化进而引起入口压力的变化，入口压力骤增，而后逐渐降低到稳态值。推力的变化趋势与 NPR 为 2 时的情况相同，而由于 NPR 为 1.4 时激波的运动使得压力稳定时间略长。

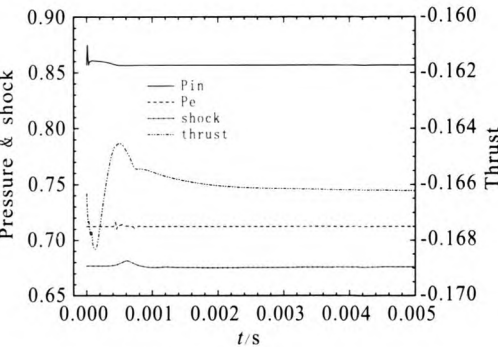


图 5 NPR 为 1.4 时,喷管对入口总温的阶跃响应  
Fig. 5 Step responses of nozzle to inlet total temperature as NPR is 1.4



3.3 背压扰动下喷管的动态特性分析

在推进系统工作过程中, 由于来流条件的变化, 喷管的背压是不断变化的, 这种变化将影响推力和喷管的工作状态。当喷管扩张段的气流处于超临界状态时, 气流不受下游扰动的影响。因而只分析 NPR 为 1.4 时, 环境压力扰动下, 喷管的动态特性。当背压阶跃增加 5% 时, 喷管内部参数的变化规律如图 6 所示。入口压力不变, 这是因为背压变化后喷管仍然处于超临界状态, 激波前的流动区域不受下游扰动的影响。背压增加后, 喷管出口处于亚音速流动, 容易受到下游扰动的影响, 从而呈现阶跃变化。下游压力扰动向上游传播, 经过一定的纯延迟时间后, 到达激波处, 激波感受到压力的变化而向上游运动, 经过 11 ms 到达稳态。由于出口压力的增加, 初始阶段推力逐渐增加, 推力和激波位置的稳定时间相同。

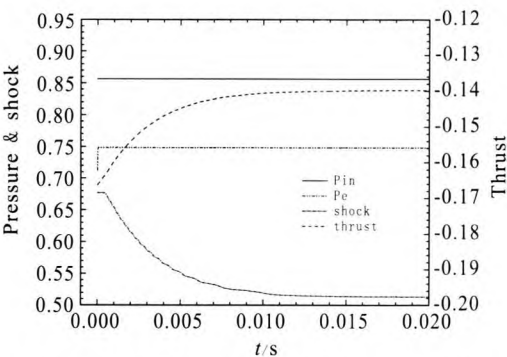


图 6 NPR 为 1.4 时, 喷管对背压的阶跃响应

Fig. 6 Step responses of nozzle to back pressure as NPR is 1.4

4 结论

针对轴对称锥形收扩喷管, 利用五阶有限体积 Roe 类型的 WENO 格式进行了准一维动态特性数值仿真, 设计了简单有效的激波探测函数捕捉激波运动。通过与精确解的对比, 验证了仿真模型的正确性, 高精度数值仿真方法能够获得清晰的流场分布, 准确地捕捉激波位置。

在计算工况下, 欠膨胀范围内, 入口压力对入口总参数的扰动最敏感, 且稳定时间较短, 约

0.5 ms。出口压力对入口总参数的扰动都是经过一定的延迟时间后开始变化, 且稳定时间基本相同, 约 3 ms。喷管扩张段为超音速流动时, 推力对入口总参数扰动的稳定时间基本为 3 ms, 而当喷管扩张段存在激波时, 由于激波运动, 稳定时间增加到 11 ms, 推力的稳定时间与激波的稳定时间相同。

基于高精度数值仿真模型, 可以快速计算喷管的几何形状和工作参数对推力时域特性的影响。若利用时域或者频率模型辨识方法建立面向控制的低阶动态特性模型, 可为推力控制系统设计奠定基础。

参考文献:

[1] TORO E F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics, a practical introduction[M]. 3rd ed. London: Springer, 2009.

[2] LUO H, JOSEPH D B, RAINALD L. Extension of HLLC scheme for flows at all speeds, AIAA 2003-3840 [R]. USA: AIAA, 2003.

[3] 肖军, 赵远扬, 王乐. 基于 HLLC 格式的径向叶轮叶顶间隙流场分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(18): 167-176.

[4] TITAREV V A, TORO E F. Finite-volume WENO schemes for three-dimensional conservation laws[J]. Journal of Computational Physics, 2004(201): 238-260.

[5] JUNG S K, MYONG R S, CHO T H. Development of Eulerian droplets impingement model using HLLC Riemann solver and POD-based reduced order method, AIAA 2011-3907[R]. USA: AIAA, 2011.

[6] XU L, WU Q J, WENG P, et al. HLLC Riemann solver based on high-order reconstruction for unsteady inviscid compressible flows[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Computer Science & Automation Engineering. [S.l.]: IEEE, 2011: 618-622.

[7] 杨永, 陈宝, PAHKE K, et al. 高阶有限体积法研究[J]. 西北工业大学学报, 2001, 19(3): 327-331.

[8] PHILLIP C, PAUL R W. The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations[J]. Journal of computational physics, 1984, 54: 174-201.

[9] MICHAEL S, PHILLIP C. Extremum-preserving limiters

- for MUSCL and PPM[J]. *Physics-Computational Physics* 2009, 1: 1-26.
- [10] SHU C W. Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws, NASA/CR 97-206253[R]. USA: NASA, 1997.
- [11] JIANG G S, SHU C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 126: 202-228.
- [12] SHI J, HU C Q, SHU C W. A Technique of treating negative weights in WENO schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 175: 108-127.
- [13] HENRICK A K, ASLAM T D, POWERS J M. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: achieving optimal order near critical points[J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 207: 542-567.
- [14] GEROLYMOS G A, SENECHAL D, VALLAT I. Very-high-order WENO schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228: 8481-8524.
- [15] BORGES R, CARMONA M, COSTA B, et al. An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws [J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227: 3191-3211.
- [16] MARCOS C, BRUNO C, WAI S D. High order weighted essentially non-oscillatory WENO-Z schemes for hyperbolic conservation laws [J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230: 1766-1792.
- [17] REN Y X, LIU M E, ZHANG H X. A characteristic-wise hybrid compact-WENO scheme for solving hyperbolic conservation laws[J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 192: 365-386.
- [18] QIU J, SHU C W. On the construction, comparison, and local characteristic decomposition for high order central WENO schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 183: 187-209.
- [19] TITAREV V A, TORO E F. ENO and WENO schemes based on upwind and centered TVD fluxes[J]. *Computers and fluids*, 2005, 34: 705-720.
- [20] 徐丽, 杨爱明, 丁珏, 等. 用隐式方法和 WENO 格式计算悬停旋翼跨声速无粘流场[J]. *计算力学学报*, 2010, 27(4): 607-612.
- [21] KERMANI M J, PLETT E G. Modified entropy correction formula for the Roe scheme, AIAA 2001-0083[R]. USA: AIAA, 2001.
- [22] MUNDAY D, GUTMARK E, LIU J H, et al. Flow structure of supersonic jets from conical C-D nozzles, AIAA 2009-4005[R]. USA: AIAA, 2009.
- [23] 余铭, 刘友宏. 轴对称收 - 扩喷管内外流场一体化数值模拟[J]. *科学技术与工程*, 2011, 11(32): 7979-7984.

(编辑: 王建喜)