

# 立式超速试验台轴系动力特性分析

毛乐园, 尹健昭

(北京航天动力研究所, 北京 100076)

**摘 要:** 对立式超速试验台轴系简化模型进行动力特性分析, 确定影响轴系临界角速度和进动角速度的因素包括: 旋转件及其工装组件的极转动惯量与直径转动惯量之比、旋转件及工装组件的质量和悬臂长度, 其中旋转件及其工装组件的极转动惯量与直径转动惯量之比为关键因素。当转动惯量之比大于或等于 1 时, 试验台轴系只存在一阶临界角速度; 当转动惯量之比小于 1 时, 试验台轴系存在一、二阶临界角速度。当转动惯量之比接近或等于 1 时, 升速过程中轴系自转角速度与二阶正进动角速度非常接近, 系统处于不稳定状态。对转动惯量之比分别大于 1、接近于 1 和小于 1 的 3 个不同叶轮进行超速试验, 试验数据与理论分析相符。最后, 提出进行超速试验工装设计时应避免旋转件及其工装组件的极转动惯量与直径转动惯量之比接近 1; 且当二者之比小于 1 时, 还应对系统的二阶临界角速度进行校核, 避免试验目标角速度与二阶临界角速度相接近。

**关键词:** 超速试验台; 动力特性; 转动惯量; 临界角速度

中图分类号: V434-34 文献标识码: A 文章编号: 1672-9374 (2016) 01-0088-07

## Analysis on dynamic characteristics of shaft system of vertical overspeed tester

MAO Leyuan, YIN Jianzhao

(Beijing Aerospace Propulsion Institute, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Theoretical analysis of dynamic characteristics is performed for the simplified model of vertical overspeed tester to determine the three factors influencing the critical angular velocity and whirling angular velocity of the shaft system for vertical spin tester, such as length of cantilevered part, weight of the rotor and fixture assembly, ratio between polar rotary inertia and equatorial rotary inertia of the rotating member and its fixture assembly. The last one is the key factor. The shaft system only possesses the 1st order critical angular velocity when the ratio is no less than 1. However, when the ratio is less than 1, the shaft system possesses both of the 1st order and 2nd order critical angular velocity. Especially, when the ratio is close or equal to 1, the rotation angular velocity of the shaft system in the process of raising speed is close to the 2nd order positive whirling angular velocity, and

收稿日期: 2015-09-07; 修回日期: 2015-11-25

作者简介: 毛乐园 (1983—), 男, 硕士, 工程师, 研究领域为机械振动试验技术

the shaft system will be in an unstable state. Three spin tests were made for three impellers, which possess different values of the ratio (ratio>1, ratio=1 and ratio<1). These test data are in accordance with the result of theoretical research. It is proposed that the value of ratio between polar rotary inertia and diametrical rotary inertia of the fixture assembly must not be close to 1. If the ratio is less than 1, it is suggested to compute the 2nd order critical angular speed of the shaft system, and to keep the target angular velocity being not close to the 2nd order critical angular velocity.

**Keywords:** overspeed tester; dynamic characteristic; rotational inertia; critical angular velocity

## 0 引言

涡轮泵是液体发动机中重要的组合件, 其设计转速通常很高, 尤其是液氢涡轮泵, 已经达到 40 000 r/min<sup>[1]</sup>, 泵叶轮及涡轮盘应力水平非常高。受目前制造水平的限制, 生产的叶轮和涡轮盘仍有少部分存在质量缺陷。筛选出存在质量缺陷产品的方法就是进行超速试验<sup>[2]</sup>。近几十年来, 为了满足旋转部件超速试验的需求, 国内外许多单位进行过超速试验台的研发。目前技术比较先进的单位主要有德国 Schenck 公司、美国 BSI 公司、浙江大学化机所<sup>[3-5]</sup>。立式超速试验台通常采用悬臂柔性主轴结构<sup>[3,6,7]</sup>, 这样可以降低轴系的刚度和固有频率, 在较低转速下即可自动对中。进行超速试验时, 测控系统对柔性主轴的振动进行全程监测。当振动幅值超过最大允许值时, 试验台将自动保护性停机。在进行超速试验的过程中发现: 带有被试轮盘及其工装的轴系整体结构是影响系统振动的主要因素, 合理的工装设计是控制轴系振动量级的关键手段。以德国 Schenck 公司 BIU3 型超速试验台为例对其轴系进行动力学分析, 以得出对工装设计有指导意义的结论。

## 1 模型简化

德国 Schenck 公司 BIU3 型试验台轴系结构如图 1(a)所示。为了便于进行理论分析, 对其进行简化。将 2 个支承轴承简化为 2 个间距为  $a$  的固定铰链支座, 将被试叶轮及工装组件简化为圆盘, 悬臂长度 (圆盘中心与第二个铰链支座的距离) 为  $b$ , 如图 1(b)所示。

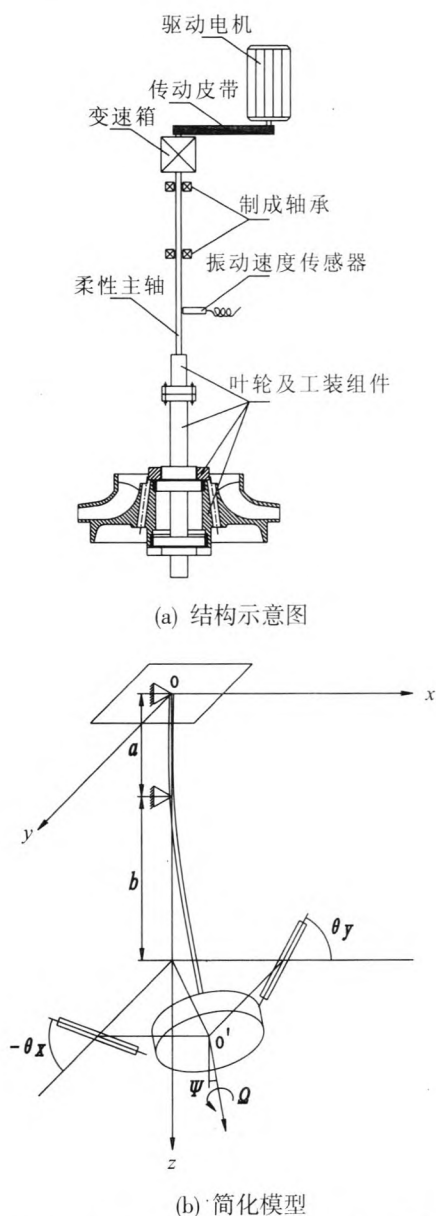


图 1 BIU3 型超速试验台结构及简化模型  
Fig. 1 Structure diagram and simplified model of BIU3 overspeed test system

## 2 进动微分方程组

图2可视为铰支悬臂单盘转子,以轴心 $o'$ 的坐标 $x, y$ 和转角 $\theta_y, \theta_x$ 表示圆盘在运动过程中任意瞬时位置。设圆盘自转角速度为 $\Omega$ ,极转动惯量为 $J_p$ ,动量矩 $H=J_p\Omega$ ,直径转动惯量为 $J_d$ ,质量为 $m$ ,可得固定坐标系下铰支悬臂圆盘进动微分方程组<sup>[8]</sup>

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + k_{11}x + k_{14}\theta_y &= 0 \\ m\ddot{y} + k_{22}y + k_{23}\theta_x &= 0 \\ J_d\ddot{\theta}_x + J_p\Omega\dot{\theta}_y - k_{32}y + k_{33}\theta_x &= 0 \\ J_d\ddot{\theta}_y - J_p\Omega\dot{\theta}_x - k_{41}x + k_{44}\theta_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $k_{11}, k_{22}, k_{33}, k_{44}, k_{14}, k_{23}, k_{32}$ 和 $k_{41}$ 为柔性主轴弹性刚度系数。由于柔性主轴的截面为圆形,各个刚度系数有如下关系:

$$k_{11}=k_{22}=k_{rr}, k_{33}=k_{44}=k_{\varphi\varphi}, k_{14}=k_{41}=k_{23}=k_{32}=k_{r\varphi}=k_{\varphi r} \quad (2)$$

引入复变量: $z=x+iy, \psi=\theta_y-i\theta_x$ ,则方程(1)可以简化为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + k_{rr}z + k_{r\varphi}\psi &= 0 \\ J_d\ddot{\psi} - iJ_p\Omega\dot{\psi} + k_{\varphi r}z + k_{\varphi\varphi}\psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

它的特征方程即进动角速度方程为

$$\omega^4 - \frac{J_p}{J_d}\Omega\omega^3 - \left(\frac{k_{\varphi\varphi}}{J_d} + \frac{k_{rr}}{m}\right)\omega^2 + \frac{k_{rr}J_p}{mJ_d}\Omega\omega + \frac{k_{rr}k_{\varphi\varphi} - k_{r\varphi}k_{\varphi r}}{mJ_d} = 0 \quad (4)$$

## 3 临界角速度分析

计算转子系统的临界角速度时,通常只需考虑同步正向进动时的临界角速度。因为实际上转子运行时,由于不平衡质量的激励,转子将做同步正向进动,即同步正进动<sup>[9]</sup>。因此,本文仅就转子做同步正进动的情况进行分析。在临界角速度的状态下, $\Omega=\omega=\omega_n$ ,代入方程式(4),得到

$$\left(1 - \frac{J_p}{J_d}\right)\omega_n^4 + \left(\frac{k_{rr}J_p}{mJ_d} - \frac{k_{\varphi\varphi}}{J_d} - \frac{k_{rr}}{m}\right)\omega_n^2 + \frac{k_{rr}k_{\varphi\varphi} - k_{r\varphi}k_{\varphi r}}{mJ_d} = 0 \quad (5)$$

方程(5)可视为以 $\omega_n^2$ 为未知量的一元二次

方程。通过梁弯曲挠度和转角公式<sup>[10]</sup>,可以计算出铰支悬臂单盘转子的刚度矩阵 $K$ 为

$$K = \begin{pmatrix} k_{rr} & k_{r\varphi} \\ k_{\varphi r} & k_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{4ab^3+3b^4}(a+3b) & -\frac{6EI}{4ab^3+3b^4}(2ab+3b^2) \\ -\frac{6EI}{4ab^3+3b^4}(2ab+3b^2) & \frac{12EI}{4ab^3+3b^4}(ab^2+b^3) \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中: $a$ 为2个固定铰链支座的间距; $b$ 为悬臂长度(圆盘中心与第2个铰链支座的距离); $E$ 为弹性模量; $I$ 为柔性主轴截面惯性矩。

则根据韦达定理,可以确定:

当 $\frac{J_p}{J_d} < 1$ 时,方程(5)有2个正实根,即存在两个临界角速度。

当 $\frac{J_p}{J_d} = 1$ 时,方程(5)有1个正实根,即只存在一个临界角速度。

当 $\frac{J_p}{J_d} > 1$ 时,方程(5)有2个异号实根,即仅存在一个临界角速度。

## 4 进动角速度影响因素分析

从方程(4)可看出影响圆盘进动角速度 $\omega_n$ 的变量包括特定 $k_{rr}$ 和 $k_{\varphi r}$ 。其中,刚度系数 $k_{rr}, k_{\varphi\varphi}, k_{r\varphi}, k_{\varphi r}$ 为 $E, I, a$ 和 $b$ 的函数,实际的超速试验台柔性主轴 $E, I$ 和 $a$ 都是定值,所以实际上 $k_{rr}, k_{\varphi\varphi}, k_{r\varphi}$ 和 $k_{\varphi r}$ 只是 $b$ 的函数。

对于圆盘而言,极转动惯量 $J_p = \frac{1}{2}mR^2$ ,直径转动惯量 $J_d = \frac{m}{12}(3R^2 + l^2)$ ,质量 $m = \pi R^2 l \rho$ ,其中, $l$ 为圆盘厚度, $\rho$ 为圆盘密度。可以看出在 $\rho$ 一定的情况下, $m$ 和 $J_d, J_p, l$ 和 $R$ 并不独立,只要知道其中2个,就可求出另外3个。为便于对方程(4)进行分析,选定 $m$ 和 $\frac{J_p}{J_d}$ 作为变量。

综合以上分析可以看出,方程(4)的解由 $b, m$ 和 $J_p/J_d$ 3个变量决定。本文通过变化其中一个变量,同时固定另外2个变量的方法分析3个变量分别对进动角速度 $\omega$ 与自转角速度 $\Omega$ 关

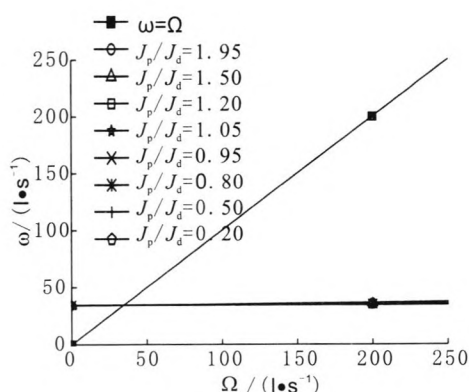
系的影响。 $\Omega$  分别取不同的值, 利用 MATLAB 软件求解与其对应的  $\omega$  的解析解, 并做出进动角速度与自转角速度的关系曲线。计算所用参数参照 BIU3 型超速试验台实际参数: 柔性主轴直径为 0.006 m, 截面惯性矩为  $6.36\text{E}-11\text{ m}^4$ , 材料弹性模量为 210 GPa, 两支承轴承间距为 0.076 m。此外, 圆盘材料密度设为  $7\,850\text{ kg/m}^3$ 。

1) 固定  $b=0.3\text{ m}$ ,  $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d$  分别设为 1.95, 1.50, 1.20, 1.05, 0.95, 0.80, 0.50 和 0.20, 对 8 种情况进行计算得出一、二阶正进动角速度与自转角速度的关系曲线, 如图 2 所示。

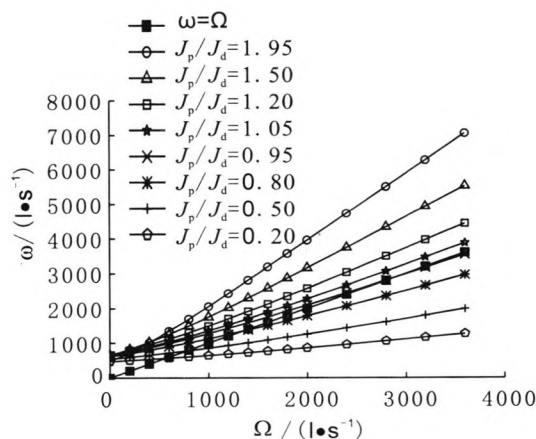
从图 2 可以看出, 在  $b$  和  $m$  不变的情况下, 一阶临界角速度较小 ( $<40\text{ rad/s}$ ),  $J_p/J_d$  的变化基本不影响一阶正进动角速度曲线和一阶临界角速

度; 当  $J_p/J_d > 1$  时, 二阶正进动角速度曲线与直线  $\omega=\Omega$  无交点, 即不存在二阶临界角速度; 当  $J_p/J_d$  接近或等于 1 时, 二阶正进动角速度曲线与直线  $\omega=\Omega$  非常接近; 当  $J_p/J_d < 1$  时, 二阶临界角速度随  $J_p/J_d$  增大而增大。

2) 固定  $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ ,  $b$  分别设为 0.15 m, 0.2 m, 0.25 m, 0.3 m, 0.35 m, 对 5 种情况进行计算, 得出一、二阶正进动角速度与自转角速度的关系曲线, 如图 3 所示。固定  $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ ,  $b$  分别定为 0.15 m, 0.2 m, 0.25 m, 0.3 m, 0.35 m, 对 5 种情况进行计算, 得出一、二阶正进动角速度与自转角速度的关系曲线, 如图 4 所示。



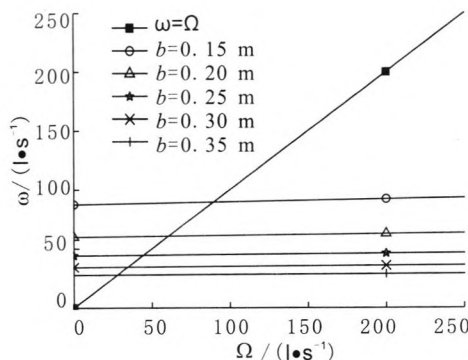
(a) 一阶正进动角速度



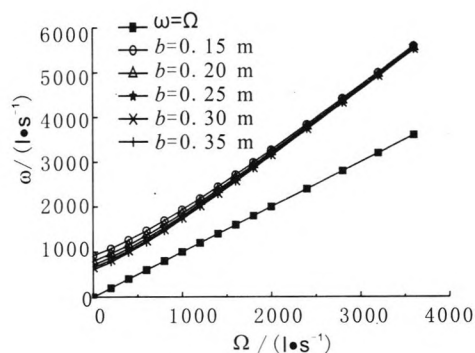
(b) 二阶正进动角速度

图 2  $m=1\text{ kg}$ ,  $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d$  取不同值时, 正进动角速度与自转角速度的关系曲线

Fig. 2 Whirling angular speed versus spin angular speed when rotor is at different values of  $J_p/J_d$  ( $m=1\text{ kg}$ ,  $b=0.3\text{ m}$ )



(a) 一阶正进动角速度



(b) 二阶正进动角速度

图 3  $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ ,  $b$  取不同值时, 正进动角速度与自转角速度的关系曲线

Fig. 3 Whirling angular speed versus spin angular speed as rotor is at different values of  $b$  ( $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ )

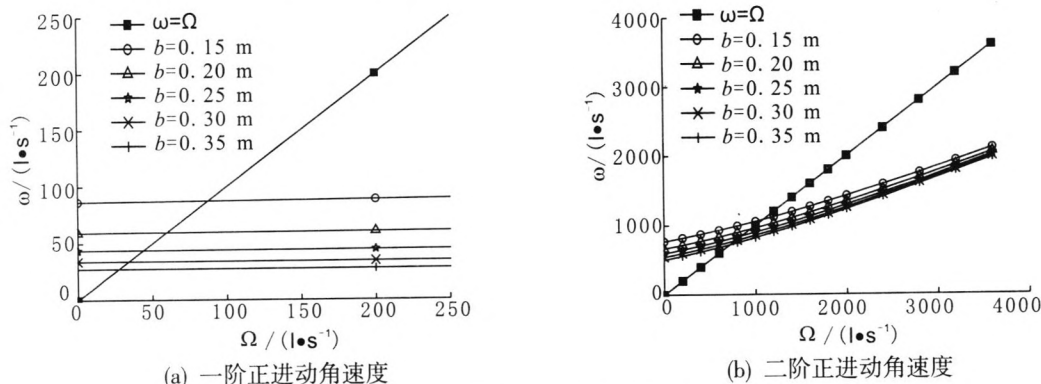


图4  $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ ,  $b$  取不同值时, 正进动角速度与自转角速度的关系曲线

Fig. 4 Whirling angular speed versus spin angular speed as rotor is at different values of  $b$  ( $m=1\text{ kg}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ )

从图3和图4可以看出, 在  $m$  和  $J_p/J_d$  不变的情况下, 一阶临界角速度较小 ( $<100\text{ rad/s}$ ); 一、二阶正进动角速度曲线随  $b$  增大而下移; 当  $J_p/J_d < 1$  时, 二阶临界角速度随  $b$  增大而减小。

3) 固定  $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ ,  $m$  分别设为  $0.5\text{ kg}$ ,  $1\text{ kg}$ ,  $2\text{ kg}$ ,  $5\text{ kg}$  和  $10\text{ kg}$ , 对5种情况进

行计算, 得出一、二阶正进动角速度与自转角速度的关系曲线, 如图5所示。固定  $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ ,  $m$  分别设为  $0.5\text{ kg}$ ,  $1\text{ kg}$ ,  $2\text{ kg}$ ,  $5\text{ kg}$  和  $10\text{ kg}$ , 对5种情况进行计算, 得出一、二阶正进动角速度与自转角速度的关系曲线, 如图6所示。

从图5和图6可以看出, 在  $b$ ,  $J_p/J_d$  不变的

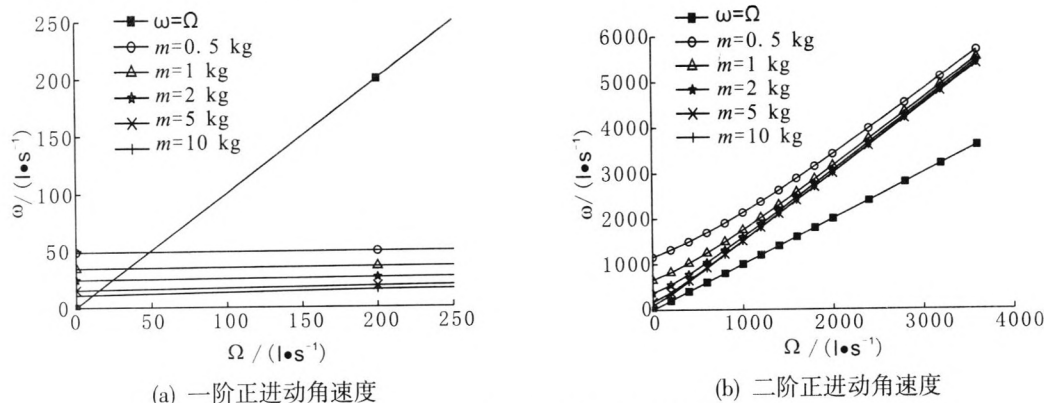


图5  $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ ,  $m$  取不同值时, 正进动角速度与自转角速度的关系曲线

Fig. 5 Whirling angular speed versus spin angular speed as rotor is at different values of  $m$  ( $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=1.50$ )

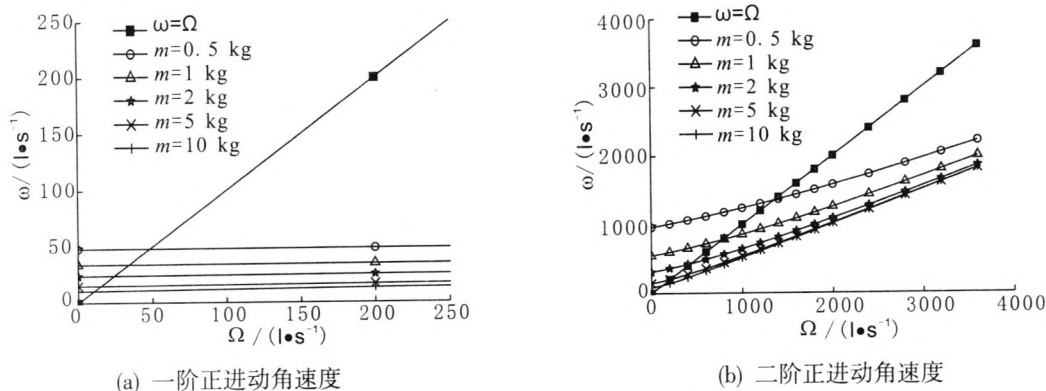


图6  $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ ,  $m$  取不同值时, 正进动角速度与自转角速度的关系曲线

Fig. 6 Whirling angular speed versus spin angular speed as rotor is at different values of  $m$  ( $b=0.3\text{ m}$ ,  $J_p/J_d=0.50$ )

情况下, 一阶临界角速度较小 ( $<50 \text{ rad/s}$ ); 一、二阶正进动角速度曲线随  $m$  增大而下移; 当  $J_p/J_d < 1$  时, 二阶临界角速度随  $m$  增大而减小。

5 试验研究

5.1 某泵叶轮超速试验

该叶轮试验及工装组合体总质量为  $0.913 \text{ kg}$ , 极转动惯量  $J_p=5.135 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 直径转动惯量  $J_d=1.133 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 转动惯量之比  $J_p/J_d=0.453$ 。如图 7 所示, 在升速阶段振动曲线存在 2 个峰值, 即通过 2 个临界转速, 且经过二阶临界转速后, 振动幅值快速降低, 直到基本稳定。这说明  $J_p/J_d=0.453$  (小于 1) 的情况下, 存在一、二阶临界转速, 且通过二阶临界转速后继续升速的过程中, 由于工作角速度与二阶进动角速度的差距逐渐变大, 系统远离共振区, 振动幅值逐渐变小并趋于稳定。

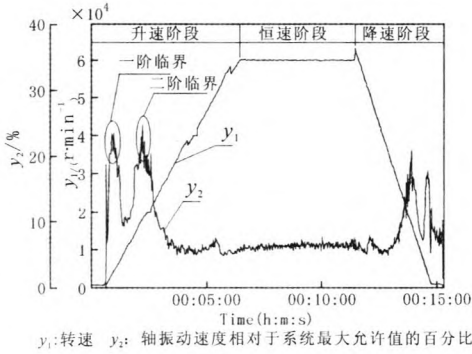


图 7 某泵叶轮超速试验曲线

Fig. 7 Overspeed test curves of a pump impeller

5.2 模拟试验件超速试验

根据分析当转动惯量之比  $J_p/J_d$  接近 1 时, 试验件工作转速与其二阶正进动角速度相接近, 系统状态处于不稳定状态。为此保证试验台安全运行, 专门设计加工了模拟试验件, 其质量为  $1.84 \text{ kg}$ , 极转动惯量  $J_p=1.226 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 直径转动惯量  $J_d=1.094 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 转动惯量之比  $J_d=1.12$  (不是非常接近 1)。如图 8 所示, 在升速阶段, 振动曲线先出现一个峰值, 其后振动幅值短时下降, 之后一直随转速的升高而升高, 直至转速稳

定后振幅也基本稳定。这说明  $J_p/J_d=1.12$  (大于 1) 的情况下, 只存在一阶临界转速, 且经过一阶临界转速后继续升速的过程中由于  $J_p/J_d$  接近 1 导致工作角速度一直与二阶进动角速度相接近, 系统处于共振区, 振动幅值持续升高。

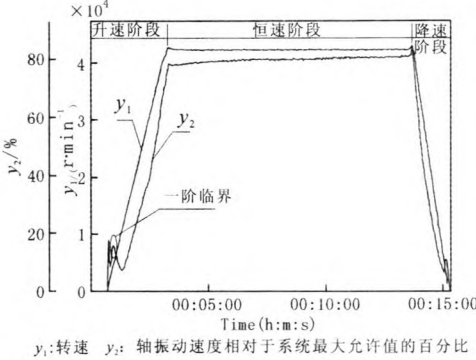


图 8 模拟试验件超速试验曲线

Fig. 8 Overspeed test curves of a simulation sample

5.3 某涡轮盘超速试验

该涡轮试验及工装组合体总质量为  $4.738 \text{ kg}$ , 极转动惯量  $J_p=1.998 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 直径转动惯量  $J_d=1.328 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 转动惯量之比  $J_p/J_d=1.50$ 。如图 9 所示, 在升速阶段振动曲线只存在一个峰值, 即通过一个临界转速, 且经过一阶临界转速后, 振动幅值快速变小直到基本稳定。这说明  $J_p/J_d=1.50$  (大于 1) 的情况下, 只存在一阶临界转速, 并由于  $J_p/J_d$  与 1 不接近, 通过一阶临界转速后, 系统处于稳定状态, 振动幅值逐渐降低并趋于稳定。

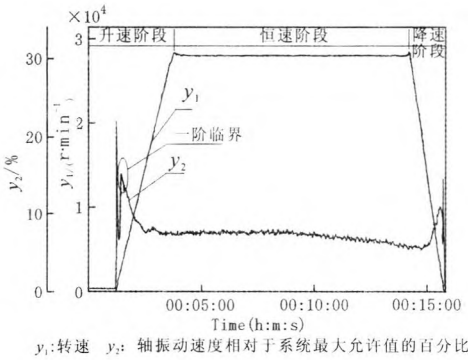


图 9 某涡轮盘超速试验曲线

Fig. 9 Overspeed test curves of a turbine disk

## 6 结论

综上所述,通过对超速试验台轴系的动力学理论分析及试验研究,可以得出以下结论:

1) 影响超速试验台轴系一、二阶临界角速度以及圆盘进动角速度曲线的因素包括:旋转件质量  $m$ 、悬臂长度  $b$  和转动惯量比  $J_p/J_d$ 。其中,  $J_p/J_d$  是主要的影响因素。当  $J_p/J_d < 1$ , 超速试验台轴系存在一、二阶临界转速; 当  $J_p/J_d \geq 1$  时, 超速试验台轴系只存在一阶临界转速。一、二阶正进动角速度曲线均随  $b$  和  $m$  的增大而下移。

2) 无论  $J_p/J_d$  为何值, 超速试验台轴系都存在一阶临界角速度, 并且一阶临界角速度很小, 超速试验角速度通常远高于该一阶临界角速度。

3) 当  $J_p/J_d < 1$  时, 存在超速试验角速度与二阶临界角速度接近的可能性。基于此, 在进行超速试验工装设计时应对轴系二阶临界角速度进行校核, 保证试验角速度不与二阶临界角速度相接近。

4) 特殊地, 当  $J_p/J_d$  接近 1 时, 升速过程中自转角速度与二阶正进动角速度一直非常接近, 系统运转一般处于不稳定状态。因此, 在进行工装设计时, 应重点考虑旋转件及其工装组件的转动惯量比, 保证该比值不接近 1。

### 参考文献:

- [1] 罗巧军, 褚宝鑫, 须村. 氢涡轮泵次同步振动问题的试验研究[J]. 火箭推进, 2014, 40(5): 14-19.
- [2] 郑捷简, 邓勇. 燃气轮机转子轮盘超速及预应力试验[J]. 燃气轮机技术, 2006, 19(3): 5-9.
- [3] 林乐新. ZUSTD 型倒挂式叶轮超速试验机的设计与开发[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.
- [4] 宣海军. EORD 支承转子动力特性分析及其在超高速旋转机械中的应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2004.
- [5] 吴荣仁, 陆君毅. 7 万 r/min 超高速试验装置复合材料-钢制齿轮副的传动设计[J]. 化工机械, 1998(1): 20-22.
- [6] 凌云, 汝元功, 郑捷简. 立式超速试验台轴系的设计及动态分析[J]. 南京工学院学报, 1987, 17(3): 59-67.
- [7] 吴荣仁, 李勤, 洪伟荣, 等. 带轴涡轮转子在立式超速试验台上的超速试验[J]. 化工机械, 2002, 29(1): 8-10.
- [8] 袁惠群. 转子动力学基础[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2013.
- [9] 钟一谔, 何衍宗, 王正. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [10] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [11] 黄智勇, 李昌免, 黄红. 高工况涡轮泵轴系状态对工作可靠性的影响[J]. 火箭推进, 2007, 33(1): 32-35.  
HUANG Zhiyong, LI Changhuan, HUANG Hong. The effect of high operating condition turbopump shafting status on reliability [J]. Journal of rocket propulsion, 2007, 33(1): 32-35.
- [12] 窦唯, 刘占生. 液体火箭发动机涡轮泵转子弯扭耦合振动研究[J]. 火箭推进, 2012, 38(4): 17-25.  
DOU Wei, LIU Zhansheng. Research on bend-twist coupling vibration of liquid rocket engine turbopump rotors [J]. Journal of rocket propulsion, 2012, 38(4): 17-25.

(编辑: 陈红霞)