

共轭梯度算法在振动信号处理中的应用

李琪琪, 庄 建, 王智超, 张国庆
(北京航天试验技术研究所, 北京 100074)

摘 要: 为了提高液体火箭发动机试验振动信号频域数据处理的精度, 提出了一种基于共轭梯度和 AR 模型的谱估计算法。该算法计算复杂度低, 估计出的谱分辨率高, 可以克服传统的经典傅里叶变换功率谱估计算法在信号信噪比降低时不能有效区分相近频率点谱线的问题, 解决了传统算法旁瓣泄漏严重的固有缺点。通过对算法在不同信噪比条件下的仿真实验分析与真实试验数据验证, 充分表明了此算法在低信噪比条件下, 估计的谱仍具有高分辨率的特点。

关键词: 液体火箭发动机试验; 共轭梯度算法; 振动信号; 仿真分析

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-9374(2021)01-0097-04

Application of conjugate gradient algorithm in vibration signal processing

LI Qiqi, ZHUANG Jian, WANG Zhichao, ZHANG Guoqing
(Beijing Institute of Aerospace Testing Technology, Beijing 100074, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of frequency-domain data processing of vibration signal in liquid rocket engine test, a spectral estimation algorithm based on conjugate gradient and AR model is proposed. The algorithm has low computational complexity and high estimated spectral resolution, which can overcome the problem that the traditional Fourier transform power spectrum estimation algorithm cannot effectively distinguish the spectral lines of similar frequency points when the signal-to-noise ratio is reduced. In addition, it also solves the inherent shortcoming of the traditional algorithm with serious side leakage. Based on the simulation analysis and test data verification of the algorithm under different signal-to-noise ratio conditions, the estimated spectrum of this algorithm still has the characteristics of high resolution under low signal-to-noise ratio conditions.

Keywords: liquid rocket engine test; conjugate gradient algorithm; vibration signal; simulation analysis

0 引言

在液体火箭发动机试验过程中, 当出现异常频

率振动时, 由于能量集中, 很容易使发动机破坏, 如出现在涡轮泵转动频率附近的“次同步”振动, 可在十分之几秒内使涡轮泵轴承毁坏^[1]。可见, 发动机

收稿日期: 2019-08-29; 修回日期: 2020-03-27

基金项目: 航天科技集团宇航动力子领域项目(2020KGW-YY4316Tm)

作者简介: 李琪琪(1981—), 女, 硕士, 高级工程师, 研究领域为液体火箭发动机试验测量。

试验振动参数的测量及数据的有效分析对于保证发动机不受损坏,预防试验破坏性具有一定的意义^[2]。

目前液体火箭发动机试验振动信号的处理、分析主要在频域进行^[3],分析多用傅里叶变换的谱估计方法^[1],这种方法有着分辨率低和旁瓣泄漏严重的固有缺点,严重时会将振动信号中包含的主要频率特征掩盖,而产生较大的失真。而现代谱估计方法可以有效地解决这个问题,现代谱的精确估计值可以当作是解一组线性方程,AR(auto-regressive)、MA和ARMA是功率谱中的主要参数模型。AR参数模型谱估计是现代谱估计中最常用的时间序列的建模方法,目前已广泛应用于很多领域,如雷达、声纳、机械等。

在每种模型的建立中,其核心问题是其参数的求解问题。在本文中用共轭梯度算法以及线性预测的知识来求解参数,实现功率谱估计^[4]。共轭梯度法是一种具有低计算复杂度和高计算效率的参数计算方法^[5]。

对基于共轭梯度和AR模型的谱估计算法进行了实验数据仿真分析,并用试验数据进行了验证。与传统的经典谱估计算法相比,本文的算法具有更好的分辨率。

1 基于共轭梯度和AR模型的谱估计算法

1.1 AR模型概述

对于一个AR模型,其中输入是白噪声 $u(n)$,输出是 $x(n)$,可表述为^[6-9]

$$x(n) = \sum_{k=1}^p a_k \cdot x(n-k) + u(n) \quad (1)$$

$$p_x(e^{j\omega}) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k \cdot e^{-j\omega k} \right|^2} \quad (2)$$

一个 p 阶的AR模型共有 $p+1$ 个参数,即 σ^2 和 a_1, a_2, \dots, a_p 。AR模型参数的估计是通过求解自相关矩阵方程得到的^[10],本论文中将共轭梯度算法和线性预测的算法应用到AR模型谱估计中,得到参数后将其代入式(2)即可得到 $x(n)$ 的功率谱。

1.2 共轭梯度算法

共轭梯度算法的迭代公式如下^[11-12]。

$$\alpha(n) = \eta \frac{\mathbf{p}(n)^T \mathbf{g}(n-1)}{\mathbf{p}(n)^T \mathbf{R}(n) \mathbf{p}(n)} \quad (3)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha(n) \mathbf{p}(n) \quad (4)$$

$$\mathbf{g}(n) = \lambda_f \mathbf{g}(n-1) - \alpha(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{p}(n) + \mathbf{x}(n) [\mathbf{d}(n) - \mathbf{x}(n)^T \mathbf{w}(n-1)] \quad (5)$$

$$\beta(n) = \frac{(\mathbf{g}(n) - \mathbf{g}(n-1))^T \mathbf{g}(n)}{\mathbf{g}(n-1)^T \mathbf{g}(n-1)} \quad (6)$$

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \beta(n) \mathbf{p}(n) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{x}(n)$ 为信号输入量; $\mathbf{R}(n)$ 为输入信号 $\mathbf{x}(n)$ 的自相关矩阵。式(3)~式(7)中,初始条件为 $\mathbf{w}(0) = 0, \mathbf{g}(0) = \mathbf{b}(0), \mathbf{b}(0) = 1, \mathbf{p}(1) = \mathbf{g}(0), \lambda_f = 0.9999, \eta = 0.999, M = 70, M = p, N = 1024$ 。在求解过程中设初值如下 $\mathbf{R}(0)$ 为一个 $N \times N$ 的0阵; $\mathbf{g}(0), \mathbf{b}(0), \mathbf{p}(1)$ 为 $M \times N$ 的全1阵,最后通过迭代求出 $\mathbf{w}(n)$,即式(2)中的 p 个参数 a_1, a_2, \dots, a_p 。

1.3 线性预测算法

一个 p 阶的AR模型和一个 p 阶的线性预测器是等效的。线性预测器误差能量的均值记为 l , p 阶预测器对输入 $\mathbf{x}(n)$ 预测的最小均方误差 l_{\min} 为^[13-14]

$$l_{\min} = r_x(0) + \sum_{k=1}^p \alpha_k r_x(k) \quad (8)$$

对同一平稳随机信号 $\mathbf{x}(n)$,因为其自相关函数是相同的,所以有

$$\begin{cases} \alpha_k = a_k & k = 1, 2, \dots, p \\ l_{\min} = \sigma^2 \end{cases} \quad (9)$$

这样使用线性预测的算法求出了AR模型激励白噪声方差 σ^2 ,再由共轭梯度算法式(3)~式(7)求出 p 个参数 a_k ,将这 $p+1$ 个参数代入式(2)中即实现了信号 $\mathbf{x}(n)$ 的功率谱估计。

2 MATLAB算法仿真

2.1 仿真方案与条件

利用MATLAB仿真标准正弦信号,并加入白噪声干扰信号。分别用经典谱估计算法中的直接法和基于共轭梯度和AR模型的谱估计算法对仿真的标准信号进行功率谱估计仿真分析。这样,在知道被测信号的频率特性的前提下,分别用不同的功率谱估计算法对信号进行频率特性分析,通过仿真结果可以验证两种谱估计方法的性能^[15-18]。

仿真条件 1: 设信号采样率为 25 kHz, 信号为主频为 2 kHz 和 4 kHz 的标准正弦信号叠加, 并加入白噪声。在信噪比 (SNR) 为 10 dB 的条件下对两种算法进行仿真分析比较, 算法仿真如图 1 和图 2 所示。可以看出, 在信噪比 SNR = 10 dB 的情况下, 基于共轭梯度和 AR 模型的谱估计算法估计出的功率谱曲线要比经典法估计出的曲线平滑得多, 后者谱线更清晰, 分辨率优于前者, 能更好地显示信号频率特性。

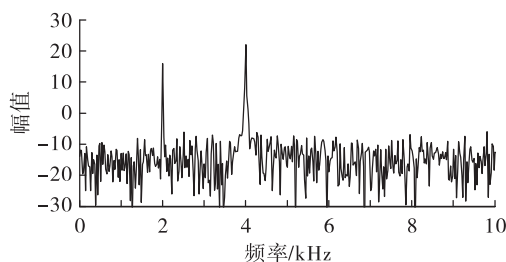


图 1 SNR = 10 dB, 标准信号经典功率谱估计算法

Fig. 1 SNR = 10 dB, classical power spectral estimation algorithm for standard signals

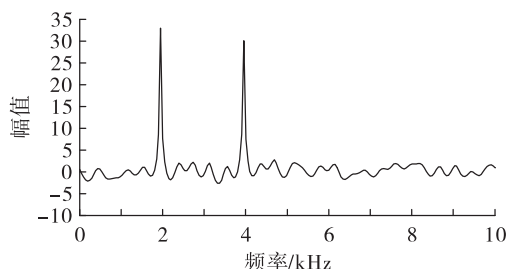


图 2 SNR = 10 dB, 标准信号基于共轭梯度和 AR 模型的谱估计算法

Fig. 2 SNR = 10 dB, spectral estimation algorithm based on conjugate gradient and AR model for standard signals

仿真条件 2: 设信号采样率为 25 kHz, 信号为主频为 2 kHz 和 4 kHz 的标准正弦信号叠加, 并加入白噪声。在信噪比为 -10 dB 的条件下对两种谱估计算法进行仿真分析比较, 算法仿真如图 3 和图 4 所示。可以看出, 在信噪比 SNR = -10 dB 的情况下, 基于共轭梯度和 AR 模型的谱估计算法可以清楚地分辨出信号的主频特性, 谱线也要比经典法平滑得多。经典功率谱估计方法已经不能有效地分辨出信号的主频特性。可见, 在低信噪比的情况

下, 本文的算法仍然保持了较好性能, 明显优于经典谱估计方法。

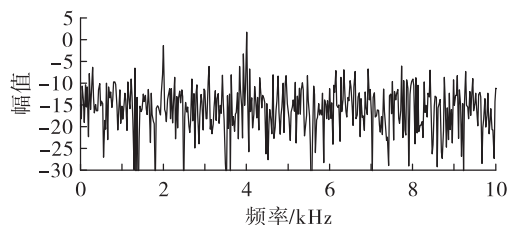


图 3 SNR = -10 dB, 标准信号经典功率谱估计算法

Fig. 3 SNR = -10 dB, classical power spectral estimation algorithm for standard signal

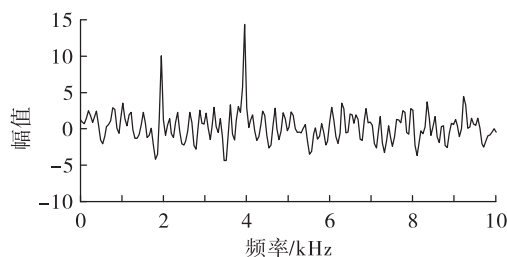


图 4 SNR = 10 dB, 标准信号基于共轭梯度和 AR 模型的谱估计算法

Fig. 4 SNR = -10 dB, spectral estimation algorithm based on conjugate gradient and AR model for standard signal

2.2 试验数据验证

对液氧甲烷发动机第 XX 次试验中氢泵轴向振动信号进行频率特性分析, 分析结果如图 5 和图 6 所示。从仿真结果可以看出, 图 6 的基于共轭梯度算法和 AR 模型谱估计方法估计的功率谱曲线要比图 5 经典法估计出的功率谱分辨率好, 能较好地反映振动信号的频率特征, 谱线也平滑很多。

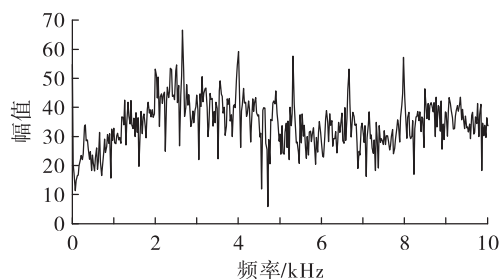


图 5 试验信号经典功率谱估计算法

Fig. 5 Classical power spectral estimation algorithm for test signals

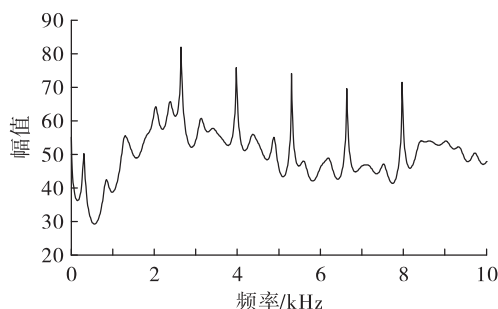


图6 试验信号基于共轭梯度和AR模型的谱估计算法

Fig. 6 Spectral estimation algorithm based on conjugate gradient and AR model for test signals

3 结论

液体火箭发动机的结构特性是通过振动信号测量处理和分析得到的, 本文将共轭梯度算法和AR模型的谱估计算法应用于液体火箭发动机试验的振动信号处理中^[19], 对算法进行了仿真分析与传统的经典功率谱估计算法进行了性能比较。仿真结果表明: AR模型的分辨率和随机信号 $x(n)$ 的信噪比有着密切的关系, 随着信噪比的降低, 算法性能会下降, 但要明显优于传统的谱估计算法。在信噪比为 -10 dB的仿真环境下, 经典谱估计方法已经不能有效分辨信号的频率特征, 而基于共轭梯度和AR模型谱估计算法仍能较好地分辨出已知信号的特征频率, 算法性能好。经典功率谱估计的分辨率反比于有效信号的长度, 但现代谱估计的分辨率可以不受此限制^[20]。在实际试验信号处理中, 基于共轭梯度和AR模型谱估计算法的谱线依然具有较好的分辨率和平滑性。

参考文献:

- [1] 郭霄峰. 液体火箭发动机试验[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2005.
- [2] 刘英元, 陈海峰, 耿直, 等. 液体火箭发动机振动故障特征信号提取方法[J]. 火箭推进, 2019, 45(1): 77-82.
LIU Y Y, CHEN H F, GENG Z, et al. Extraction method of characteristic signal for vibration fault of liquid rocket engine[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2019, 45(1): 77-82.
- [3] 孙百红, 田川. 基于特征频段 RMS 值的发动机故障实时监测方法[J]. 火箭推进, 2019, 45(4): 74-78.
SUN B H, TIAN C. The fault real-time monitoring method for engine based on RMS value of characteristic frequency band[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2019, 45(4): 74-78.
- [4] 张贤达. 现代信号处理[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 2015.
- [5] 张鹏, 廖飞. 共轭梯度法研究与展望[J]. 牡丹江师范学院学报(自然科学版), 2012(4): 10-12.
- [6] 胡广书. 数字信号处理理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [7] 刘松强. 数字信号处理系统及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [8] 沈福民. 自适应信号处理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.
- [9] LARSSON E G, STOICA P, LI J. Spectral estimation via adaptive filterbank methods: a unified analysis and a new algorithm[J]. Signal Processing, 2002, 82(12): 1991-2001.
- [10] KAY S M. Modern spectral estimation: theory and application[Z]. 1988.
- [11] HAYKIN S. 自适应滤波器原理[M]. 郑宝玉, 译. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [12] STOICA P, LI H B, LI J. Amplitude estimation of sinusoidal signals: survey, new results, and an application[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(2): 338-352.
- [13] KAY S M. Modern spectral estimation theory and application[Z]. 1988.
- [14] KITSIOS K, SPANIAS A, WELFERT B. Adaptive modified covariance algorithms for spectral analysis[J]. Signal Processing, 2002, 82(5): 715-720.
- [15] 胡昌华. 基于 MATLAB 7. x 的系统分析与设计——小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999.
- [16] 张志涌. 精通 MATLAB 6. 5 版[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003.
- [17] 天工在线. MATLAB 2018 从入门到精通: 实战案例版[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2018.
- [18] 宋知用. MATLAB 数字信号处理 85 个实用案例精讲: 入门到进阶[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2016.
- [19] 李德葆, 陆秋海. 工程振动试验分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [20] 王凤瑛, 张丽丽. 功率谱估计及其 MATLAB 仿真[J]. 微计算机信息, 2006, 22(31): 287-289.