

# 航天器子结构模态综合法研究现状及进展

杜飞平<sup>1</sup>, 谭永华<sup>2</sup>, 陈建华<sup>1</sup>, 黄道琼<sup>1</sup>

(1 西安航天动力研究所, 陕西 西安 710100;

2 航天推进技术研究院, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 现代航天器结构十分复杂, 无论采用计算方法还是试验方法进行分析都是十分艰难的。在这样的研制背景下, 子结构模态综合法应运而生。系统地回顾和总结了三大类子结构模态综合法的发展历程和相应的改进, 介绍了该方法在航天工程上的应用。采用该方法可极大地提高航天器型号的研制效率。提出了子结构模态综合法面临的问题。

**关键词:** 模态综合法, 结构动力学, 模态试验

**中图分类号:** V416.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** (2010) 03-0039-07

## Status and progress on substructural modal synthesis techniques for space vehicles

Du Feiping<sup>1</sup>, Tan Yonghua<sup>2</sup>, Chen Jianhua<sup>1</sup>, Huang Daoqiong<sup>1</sup>

(1 Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100;

2 Academy of Aerospace Propulsion Technology, Xi'an 710100)

**Abstract:** The structure of the modern spacecraft is very complicated either for the calculation analysis or the test analysis. Thus the substructure modal synthesis method appeared. This paper systematically reviewed and summed up the development and progress of the three kinds of substructure modal synthesis, and also introduced application of this method in aerospace engineering. The method can improve the efficiency of the spacecraft design. Finally, problems in application of the substructure modal synthesis method is mentioned.

**Key words:** modal synthesis technique; structural dynamics; modal experiment

收稿日期: 2009-12-07; 修回日期: 2010-01-28。

作者简介: 杜飞平 (1986—), 男, 硕士研究生, 研究领域为液体火箭发动机结构动态特性。

## 0 引言

我国的航天技术经过四十多年的发展,已经在一些关键技术领域取得了突破,达到了世界先进水平,例如神舟飞船的多次飞行成功,以及我国下一代液氧煤油火箭发动机试车成功。

航天器结构受随时间变化的动载荷,与仅受不随时间变化的静载荷时所表现出的力学现象是不同的。结构受恒定静载作用时,可能远远小于其许用应力,但同样的动载荷作用时,可能会使结构破坏,即使不造成破坏,也会影响结构的正常工作。这样的事故发生了很多,例如1962年“东风二号”火箭在飞行试验中,由于发动机和箭体产生了耦合振动,69s时坠毁在发射台附近。

随着航天技术往深空探测的方向发展,航天器所承受的动态载荷和动力学环境越来越复杂,传统的经验设计、类比设计和静态设计方法已不能满足工程设计要求,因此对其进行动力学研究显得格外重要。

对工作于动态环境中的航天器进行动力学分析是必不可少的。例如,发动机推力室燃烧激励对结构的作用,火箭动态载荷对卫星的传递,大型火箭导航陀螺的位置安排等,都必须考虑各相关部件的模态参数,所以必须进行相关的计算和试验。即使不在动态环境中工作,也要考虑在偶然动态载荷下结构的动态响应问题<sup>[1]</sup>。

现代航天器结构十分复杂,无论采用计算方法还是采用试验方法都是很艰巨的任务。例如对运载火箭进行有限元分析时,需要将其离散成几万甚至几十万个自由度,对这样大型的复杂结构进行整体动态特性分析往往受到计算机硬件的限制,所以必须寻求更加高效的解决途径。在这样的工程研制背景下,动态子结构方法应运而生,这种方法突破了硬件的限制,实现小机算大题,利用子结构的数据资料降低了试验的难度、缩短了分析的周期,将测试理论与分析方法结合起来,便于结构的修改和优化<sup>[2]</sup>。从上世纪70年代起,子结构模态综合法已在工程上得到了应用,不仅用于大型复杂结构的动力分析,而且用于随

机振动、非线性振动、流固耦合及冲击等各类复杂问题。

## 1 模态综合法的研究概况

动态子结构方法的基本思想是“化整为零,积零为整”<sup>[3]</sup>。将整体结构分割成若干子结构,按照试验或理论方法建立子结构的模态集和模态坐标,然后按照子结构界面上的协调条件,把所有子结构的不独立的模态坐标变换到系统耦联广义坐标上,组装成系统的运动方程,在子结构的分离到综合过程中,缩减自由度必须贯穿始终,同时也须保证分析的精度,并且随参与自由度的增加而收敛。一个理想的方法是能够以最少的参与自由度获得足够高的精度,而且实现过程比较简单,这也正是动态子结构方法创建的初衷。

整体结构划分为子结构的过程,不仅影响综合过程的数值形态,而且关系到综合效率的许多方面,应遵循一些原则和要求<sup>[4]</sup>:(1)从结构联系的薄弱处入手,以相对较少的修改取得较好的效果。(2)各子结构的动态特性可以通过一定的手段获得,同时要考虑到它们的组装特点,使它们具有一定的独立性。(3)保持子结构间的相对均衡性,即质量或刚度不致相差太大而破坏综合过程的收敛特性。

动态子结构模态综合法共有两次坐标变换。在整体结构划分为各个子结构后,通过相应的运动学分析,建立起从原物理坐标 $\{X\}$ 到缩减自由度 $\{P\}$ 的变换

$$\{X\} = \Phi \{P\} \quad (1)$$

该缩聚子结构能否在一定频段范围内反映原子结构的特性,关于在于缩聚变换矩阵 $\Phi$ 的构造。因此在缩聚过程中应充分考虑未保留的自由度、界面等因素的影响;在子结构的综合过程中,根据界面上的协调关系,将所有子结构的不独立的模态坐标 $\{P\}$ 变换到系统耦联的广义坐标 $\{Q\}$ 上,实现自由度的综合变换

$$\{P\} = \beta \{Q\} \quad (2)$$

值得注意的是如果方程数少于变量数则需人为地引入一定的约束而得到近似的结果。

在子结构模态综合法中,判定一种方法是否有效,则需看它构造出一组怎样的向量集来描述各缩聚子结构,这也正是各种方法的重要区别。在设计一种方法时还应考虑到子结构描述的相对独立性,便于与试验方法结合,充分利用计算机的软硬件。动态子结构模态综合法按照对界面处理的方法,分为固定界面模态综合法、自由界面模态综合法及混合界面模态综合法,下面分别予以介绍。

### 1.1 固定界面模态综合法

固定界面模态综合法是通过在子结构连接界面上施加固定约束,并以此结构的主模态和约束模态进行构造和综合。

1960年, Hurty 首先提出了模态坐标和模态综合法的概念<sup>[1]</sup>,奠定了固定界面模态综合法的基础。Hurty 将子结构的运动分解为由于界面自由度处运动导致的牵连运动与界面固定的相对运动,因此相应的模态基为

$$\Phi = [\varphi_R \quad \varphi_{CR} \quad \varphi_N] \quad (3)$$

式中,  $\varphi_R$  为释放界面约束的刚体模态;  $\varphi_{CR}$  为释放界面赘余约束模态;  $\varphi_N$  为主模态集。

1968年, Craig 和 Bampton 改进了 Hurty 的方法,认为对于一个复杂结构来说,直接将模态基分为主模态和约束模态两部分,无须在约束模态基上再分为静定模态和赘余模态,即模态基为

$$\Phi = [\varphi_N \quad \varphi_C] \quad (4)$$

改进的方法具有综合精度高和容易编制程序等优点,因而被广泛应用。

然而最终的综合系统中保留了全部的界面自由度,当子结构划分较多时,综合规模仍然很大,所以必须要进行自由度的减缩。为此,1977年 Craig 和 Chang 提出了三种方法,即主模态坐标的减缩、Guyan 减缩、Ritz 减缩和改进的 Ritz 减缩。在主模态坐标减缩中,将主模态坐标分为待缩减的坐标  $\{Q_b\}$  和保留的坐标  $\{Q_s\}$ ,利用广义模态坐标的系统方程可以获得当子结构的固有频率远大于所要求系统的固有频率  $\omega$  时,则该频率对应的子结构主模态可以略去; Guyan 减缩是一种静力减缩,它建立在忽略惯性项的基础

上,减缩结果的好坏取决于保留坐标  $\{Q_s\}$  的选择,通常是根据刚度矩阵与质量矩阵的对角元素  $k_{ii}/m_{ii}$  来选择,即保留其较小者,减缩其较大者;界面坐标的 Ritz 减缩认为界面位移  $\{Q_i\}$  可以按 Ritz 向量展开,这样可以得到减缩的界面坐标; Ritz 减缩是在综合方程形成之后,而改进的 Ritz 减缩可在子结构方程内进行,综合精度也比较高。文献[6]利用固定界面模态法计算桁架结构,可以看出 Guyan 的减缩方法虽然简单,但仍有较好的计算精度。

1971年, Benfield 和 Hrudá 推广 Gladwell 的分支模态法,通过引进“对接加载”的子结构模态消去全部界面自由度,提高了精度,但失去了子结构的独立性,难以与实测试验协调。1975年, Hintz 考虑了惯性释放力的附加影响,采用改进的对接模态基进一步加快了模态级数的收敛率,但是自由度仍然没有得到有效地缩减。1980年,胡海昌首次使用解析的模态分析办法推导出固定界面的位移表达式,但是该方法与古典的固定界面模态综合法之间没有联系,引进的约束模态与经典静约束模态之间也没有联系。

### 1.2 自由界面模态综合法

自由界面模态综合法将子结构的界面自由度完全放松,而不是完全固定,利用子结构的模态来构造变换,通过界面协调条件可以得到整体结构的缩聚系统。由于综合方程不包含界面自由度,所以从产生之初一直倍受关注。

1969年, Hou<sup>[2]</sup>和 Goldman<sup>[3]</sup>分别提出自由界面模态综合法,基于子结构的低阶主模态只对总体结构的低阶模态有较大的影响,因此仅用低阶主模态为基来描述子结构的运动,即

$$\{X\} = \{\varphi_N\} \{P\} \quad (5)$$

通过界面协调关系组装成的系统方程不包括界面自由度,便于大规模缩减自由度,而且在试验中子结构的自由界面便于找到,所以可以很好地将试验模态与分析模态结合起来进行研究,但是在该方法中未考虑高阶模态的影响,所以精度较差。此后, MacNeal<sup>[4]</sup>在研究了高阶模态对剩余柔度的影响之后,通过静力平衡关系导出一级近

似剩余模态,近似地将子结构运动表示成:

$$\{X\} = \{\varphi_N\}\{P\} + G_s f \quad (6)$$

Rubin<sup>[10]</sup>则增加了 MacNeal 所忽略的惯性项,导出二级近似剩余模态,即

$$\{X\} = \{\varphi_N\}\{P\} + (G_a + \omega^2 G_b) f \quad (7)$$

从而大大提高了综合精度及收敛性。1977年, Craig 和 Chang<sup>[11]</sup>更为严格地论述了上述方法,指出剩余模态对应的广义坐标就是子结构在界面上所受的作用力,并介绍了附着模态的应用。1979年,王文亮基于瑞雷-里兹原理再次证明该方法,指出基于一级近似剩余模态按照里兹法得到的综合方程,等同于基于二级近似剩余模态直接代入法的综合方程,并提出了双协调子结构方法,大大降低了综合自由度。此后,1988年,邱向军在 Craig 和 Change 工作的基础上,对一般模态基的使用作了初步的尝试。

由于自由界面子结构存在着刚体运动,会导致系统的总刚度阵不可逆,为此朱礼文提出了在模态综合技术中应用移频法求特征值的问题。而倪振华较为深入地分析了该方法,指出子结构移频得到的综合结果是近似的。

1989年,王文亮和杜作润另辟蹊径,对悬浮子结构的构造方法,先施加部分界面约束来消除刚体运动,然后再使界面自由,根据主模态和约束模态形成模态基。由于前述方法仍然存在着高阶模态截断的影响,1992年, Suarez 和 Matheu 提出力导数法来改善二级近似法的精度,用界面力及初始条件下的响应来描述其运动,表达式中包含了由于分部积分而产生的力导数。1996年,应祖光等<sup>[12]</sup>吸取了 Craig 和王文亮综合法的优点,采用胡海昌的动柔度混合展开的办法,导出高精度的剩余模态理论,其中第一项为 MacNeal 近似,前两项为 Rubin 近似,并导出了精确余项;对于悬浮子结构,采用删除保留模态法克服奇异刚度阵求逆的困难;利用界面的协调关系,按照里兹法进行综合,得到非线性特征方程,其第一次近似即为 Craig 与王文亮的结果,从此形成了固定界面法与自由界面法的系统理论。

### 1.3 混合界面模态综合法

混合界面法是介于固定界面法与自由界面之间的一种理论,它兼有两者的特点,既可以施加某些约束又可以解除另一些约束来生成彼此独立的子结构,然后分别予以综合。

1971年, Benfield 和 Hruda 首先提出了这种方法,该方法按照某一界面固定,对应的另一界面自由的原则,将一个结构分离成若干主从结构与从子结构,分别用式(4)和(5)描述它们之间的运动,并单方面地考虑了连接界面的动力学效应。

1983年, Curnier<sup>[13]</sup>对固定、自由及混合界面模态综合法的精度作了分析和对照。1987年,殷学钢等通过相邻子结构的相互影响来修正其模态以此来提高混合界面法结果的精度。1993年李前程等在同一界面上约束与释放来产生界面子结构,从而探讨了混合界面模态综合法。1997年,邱吉宝等<sup>[14]</sup>发展了胡海昌解析的模态推导法,导出了高精度的混合界面模态综合技术。文献[15]采用半解析法,首先给出三个位移展开定理,采用解析推导的方法构造出三类精确动态子结构方法,说明各种子结构模态综合法实质上都是它们的某种近似的变化形式,给出了一种可以用来评价经典模态综合技术好坏的准则,从而形成了动态子结构方法的系统理论。

## 2 子结构模态综合法的应用

近年来子结构模态综合法的工程应用得到迅速发展,已经广泛地应用于航空、航天领域,为结构、机械与设备提供准确地动力环境和动态载荷,使人们将传统的由经验、类比和静态设计发展为动态优化的设计方法,以保证结构的强度和刚度,同时减少其无用的呆重,使其安全可靠有效地工作。

### 2.1 四机并联发动机仿真

为了获得发动机结构的低频动态特性,文献[16]采用有限元方法进行了液体火箭一级四机并联发动机(含机架)的计算模态分析。

图1所示的是该四机并联的有限元模型。在该发动机单机模型进行完善的基础上,以子结

构模态综合法为理论依据, 建立了四机并联发动机有限元模型。

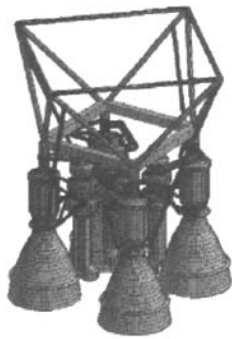


图 1 四机并联的有限元模型  
Fig.1 The FEM of four parallel connected engines

通过计算该模型, 得到的四种工况下的前 10 阶固有频率见表 1 所示。该计算结果为该型号发动机的研制和机架的设计(图 2)提供了参考。

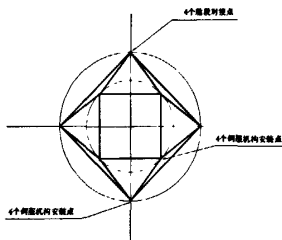


图 2 机架示意图  
Fig.2 Connecting frame of the engines

表 1 各工况对应的部分固有频率  
Tab.1 Natural frequencies under four loading cases

模态	工况 1	工况 2	工况 3	工况 4
1	31	24	36	28
2	35	34	37	28.7
3	42	42	40	39
4	51	44	41	40
5	51	46	42	40.5
6	53	46	42.5	40.8
7	55	46	42.6	42.6
8	55.5	48	45	43.5
9	55.7	49	47	43.9
10	55.9	50	49	44.5

2.2 CZ-2E 运载火箭模态试验仿真

文献[17]指出子结构试验已经用于 CZ-2E 和 CZ-2F 等几个大型运载火箭的数学模型修改。图 3 所示的是 CZ-2E 运载火箭的分析模型, 该火箭子结构分为芯二级、芯一子级、4 个捆绑助推器和上下连接结构。

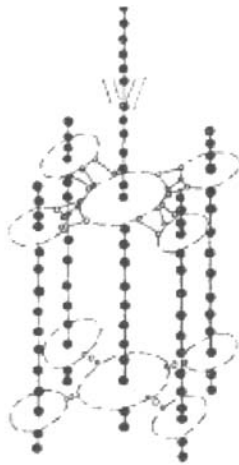


图 3 CZ-2E 运载火箭的数学模型  
Fig.3 The model of CZ-2E launch vehicle

该文给出了秒状态一的仿真结果和实尺全箭模态试验结果(表 2), 可以看到 7.5Hz 以内的三对横向弯曲振动模态结果中可以看到, 各阶振型仿真结果与试验结果的偏差都小于 2.8%, 振型也较为一致, 可以看到子结构模态综合技术的精度较高。

2.3 子模态综合法的其它应用

文献[18]把大型运载火箭的弹头划分为风罩与内部有效载荷两个子结构, 风罩子结构采用有限元数值方法进行模态分析, 内部有效载荷进行模态试验, 然后组装在一起进行模态综合, 给出弹头的模态参数。文献[17]将某运载火箭简化为工程梁模型, 并将此结构分为两个子结构, 子结构一包括卫星、整流罩和二级发动机; 子结构二包括一级发动机, 分别进行两个子结构模态分析, 给出自由-自由界面模态与自由-固定界面模态, 然后采用混合模态综合技术进行综合, 给出系统结构的模态, 同时与用整体有限元模型计

算结果进行比较,由计算结果可知,其低频综合误差小于 1%。文献[19]从卫星工程结构动态试验的重要性出发,提出了 40 吨振动台的虚拟仿真技术。依据振动台试验系统的结构特点,将子结构建模技术变为逐级结构试验建模技术,由小系统到大系统,把整个结构分为若干级结构,每一级结构都包含上一结构,对每一级结构研究时,都保持上一级结构仿真模型不变。如首先建立 20 吨振动台有限元模型与仿真分析模型,然后建立扩展台面仿真分析模型,最后建立 40 吨振动台仿真分析模型。

表 2 秒状态一试验前仿真与试验结果比较

Tab.2 Comparison between simulation and test results

振型	仿真	试验	偏差 /%	振型比较
1 阶俯仰	2.490	2.460	1.2	一致
1 阶偏航	2.490	2.487	0.1	一致
2 阶俯仰	5.792	5.762	0.57	一致
2 阶偏航	5.762	5.834	0.57	一致
3 阶俯仰	7.073	7.260	2.60	一致
3 阶偏航	7.088	7.307	3.0	一致

### 3 结束语

本文从航天器研制背景出发,阐明了对航天器进行动力学分析是十分重要的,同时由于现代航天器结构十分复杂,无论采用计算方法还是采用试验方法都是很艰巨的任务,须采用子结构模态综合技术来提高效率。由于子结构模态综合技术按界面处理分为固定界面、自由界面以及混合界面模态综合技术,本文详细探讨了以上三类方法的产生和发展,经过近四十年的发展,该技术已经越来越成熟,形成了系统的理论。

近年来子结构模态综合法的工程应用得到迅速发展,已经广泛地应用于航天领域,本文还介绍了一些应用实例,其中 CZ-2E 运载火箭全箭模态试验仿真已经成功地预测出了运载火箭的模态参数,预测的模态与随后进行的实尺运载火箭

试验所测的模态参数非常一致,进而验证了该方法的可靠性。

同时必须指出的是文中所述的子结构模态综合技术是建立在无阻尼系统或比例阻尼系统的基础上的,但是实际工程中的阻尼都非常复杂,难以用简单的数学规律来概括,若忽略阻尼矩阵非对角项化为比例阻尼系统,会带来较大的计算误差,如果采用复模态空间来进行子结构综合,会导致非常复杂的计算,不适用于工程分析,因此适用于复杂结构的非比例阻尼系统的子结构模态综合技术是一个急需解决的问题。

### 参考文献:

- [1] 张贵田. 高压补燃液氧煤油发动机[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005 年.
- [2] 应祖光. 航天器结构的几种模态综合技术[D]. 浙江大学. 1995.
- [3] 王文亮, 杜作润. 结构振动与动态子结构方法[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985.
- [4] 胡海昌. 多自由度结构固有振动理论[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [5] Hurty W C. Vibration of Structure Systems by Component Mode Synthesis[J]. J. Engr. Div., ASCE, 1960, 86: 51-59.
- [6] 邹经湘. 结构动力学[M]. 哈尔滨工业大学出版社, 1996.
- [7] Hou S N. Review of Modal Synthesis Techniques and a New Approach[J]. Shock Vib. bull. 40(4). 1969: 25-39.
- [8] Goldman R L. Vibration Analysis by Dynamic Partitioning [J]. AIAA J. 1969, 7(6): 1152-1154.
- [9] MacNeal R H. A Hybrid Method of Component Mode Synthesis[J]. Computers Struct, 1971, 1(4): 581-601.
- [10] Rubin S. Improved Component-mode Representation for Structural Dynamic Analysis [J]. AIAA J. 1975, 13 (8): 995-1006.
- [11] Craig R R, Chang C J. On the Use of Attachment Modes in Substructure Coupling for Dynamic Analysis [C]. A-IAA/ASME 18th Struct. Dyn. and Materials Conf., San Diego, CA, 1977.
- [12] 应祖光. 精确剩余模态及其综合技术[J]. 振动工程学报, 1996, 9(1): 39-46.

(下转第 62 页)

具体解决措施为：在双处理机的程序中设置位置标志，通过查找标志位可得知处理机所处的工作位置，如设置一位置量  $S$ ，开机时其初始值为 0，软件运行到一定阶段标志值就累加，当出现一处理机出现重启后，两处理机的输出不同，仲裁器提出中断自检请求，自检程序首先去读  $S$  值，若  $S$  值小于给定值就认为处理机已重启，处理机给仲裁器状态信号，仲裁器就将控制权交给工作正常的处理机，退出双机模式，运行单机模式。

## 4 结 论

航天发动机控制器为发动机系统的核心控制单元，按照航天产品的可靠性工程要求，对控制器的设计采用了容错冗余设计，控制器的处理机部分采用了双机热备冗余设计，通讯采用了双

CAN 总线接口，对电源以及控制驱动线路均进行了双路并行冗余设计，通过对双机热备技术难点的解决，认为基于双机热备的控制器方案是可行的，本设计方案可以应用到型号产品的研制中。

### 参考文献：

- [1] 孙秀娟. 基于双模冗余容错技术的数据采集系统设计[J]. 电测与仪表, 2008, 45 (512): 49-52.
- [2] 王建虹. 一种高可靠性双机冗余系统的设计[J]. 研究与开发, 2008, 27(4): 42-44.
- [3] 于增泽. TS3000 三重化冗余容错集成控制系统的应用[J]. 石油化工自动化, 2000, 44(4): 44-46.
- [4] 饶运涛, 邹继军. 现场总线 CAN 原理与应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2007.
- [5] 苏奎峰. TMS320F2812 原理与开发[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

(编辑: 王建喜)

(上接第 44 页)

- [13] Cumier A. On Three Modal Synthesis Variants[J]. Journal of Sound Vibration, Vol. 90(No.4), 1983: 527-540.
- [14] Qiu Jibao, Ying Zuguang, L H Yam. New Modal Synthesis Technique Using Mixed Modes[J]. AIAA Journal. 1997. Vol. 35. No.12, 1870-1875.
- [15] Qiu Jibao, Williams F W, Qiu Renxi. An Exact Substructure Method Using Mixed Modes[J]. Journal of sound and Vibration, 2003, 266: 737-757.
- [16] 黄道琼, 张继桐, 何洪庆. 四机并联发动机低频特性

分析[J]. 火箭推进, 2004, 39(4): 28-31.

- [17] 张正平, 邱吉宝, 王健民, 等. 航天器结构虚拟动态试验技术新进展[J]. 振动工程学报, 2008, 21(3): 210-221.
- [18] Thomas, G Carne, David R. Modal Analysis of a Shell-payload Structure Using Test Data [C]. 4th International Modal Analysis Conference; 1986. Los Angeles.
- [19] 向树红, 晏廷飞, 邱吉宝, 等. 40 吨振动台虚拟试验仿真技术研究[J]. 宇航学报, 2004, 25(4): 376-381.

(编辑: 王建喜)