

# 一种基于损伤机制的刻痕膜片断裂 行为数值计算方法

姜 薇, 许红卫, 霍世慧

(液体火箭发动机技术重点实验室, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 针对刻痕膜片结构的断裂问题, 提出了一种适合拉剪混合断裂模式修正的 (Gurson-Tvergaard-Needleman, GTN) 模型, 在屈服势中使用孔洞体积分数和剪切损伤变量分别表征拉伸和剪切损伤机制引起的材料刚度下降及失效过程, 建立了两个损伤参数率形式的累积方程。基于 ABAQUS 的用户子程序开发出双损伤变量 GTN 损伤材料本构, 对刻痕膜片的破裂过程进行计算分析, 得到了破裂压力的精确计算值。借助于软件的失效单元删除功能, 模拟出了裂纹在刻痕膜片中的萌生、扩展以及最终断裂过程。与试验结果的对照表明, 模型能够准确模拟出刻痕膜片的破裂压力及断裂过程, 可广泛用于模拟拉剪混合载荷模式下的韧性金属断裂过程。

**关键词:** 金属刻痕膜片; 韧性断裂; GTN 模型; 拉剪混合模式; 破裂压力

**中图分类号:** TB31      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1672-9374(2021)04-0045-07

## A mechanism based approach to simulate the ductile fracture of pre-notched metal diaphragm

JIANG Wei, XU Hongwei, HUO Shihui

(Science and Technology on Liquid Rocket Engines Laboratory, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** A new modification to Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) model was proposed for the simulation of ductile fracture behaviors under combined tensile and shear loading mode in pre-notched metal diaphragm. Two distinctive damage parameters, respectively related to tensile and shear damage mechanisms were introduced into yield function as internal variables of material degradation process. The evolution laws of the two damage parameters were given in rate-form. The damage constitutive model was implemented into the commercial codes ABAQUS via user defined material subroutines and applied to simulate the ductile fracture of the pre-cracked metal diaphragm to acquire the exact bursting pressure. The process of crack initiation, propagation and final fracture in the diaphragm was also reasonably predicted by the element removal procedure of ABAQUS/Explicit. The comparison with the experimental results shows that the proposed model can accurately simulate the fracture pressure and fracture process of the notched diaphragm, and can be widely used to simulate the fracture process of ductile metals under tension shear mixed load mode.

收稿日期: 2021-03-30; 修回日期: 2021-05-08

基金项目: 国家自然科学基金 (52005385)

作者简介: 姜薇 (1987—), 女, 博士, 研究领域为液体火箭发动机结构强度。

**Keywords:** pre-notched metal diaphragm; ductile fracture; GTN model; combined tensile and shear mode; busting pressure

## 0 引言

金属膜片阀广泛应用于轨姿控发动机推进剂供应系统中,具有重要功能。为了精确控制膜片的破裂压力和部位,需要预先在膜片上加工一定几何形状的刻痕,常见的刻痕几何形式主要有单铰,双铰以及辐射等几种<sup>[14]</sup>。通常,膜片无刻痕面直接与推进剂接触,膜片在液体或气体压力作用下向下游鼓起,预制的刻痕面受拉,刻痕(裂纹)张开。刻痕膜片受到横向压力和弯曲变形作用,属于 I、II 型混合模式的裂纹问题。此外,刻痕膜片材料一般选用铝、铜、钛等韧性金属,其断裂过程会伴随着大变形和大范围屈服,塑性区尺寸大于断裂过程区尺寸和结构特征尺寸(膜片剩余厚度),属于韧性断裂研究范畴。膜片阀的开启应具有高度的可靠性,然而现有的设计方法中,无法考虑膜片受压变形后,刻痕附近复杂的应力状态及变形模式,将其简单地处理为纯剪切载荷下的断裂过程进行估算<sup>[1,3,4]</sup>,常常不能得到准确的膜片破裂压力。实际生产中依靠大量的抽样爆破试验来保证同批次产品具有稳定合格的破裂压力<sup>[1]</sup>。解决该问题的一个切实可行的方法是对刻痕膜片结构的韧性裂纹扩展机理进行深入研究,发展能够准确计算破裂压力、合理模拟刻痕膜片断裂过程的数值分析方法,深入研究膜片破裂压力对材料性能、剩余厚度、刻痕几何形状等因素的依赖性。

本文以某轨姿控动力系统气路刻痕膜片组件为研究对象,基于膜片母材的微、细观断裂机制,提出了一种适合拉剪混合模式下韧性断裂过程的细观损伤本构模型——修正的 GTN 模型<sup>[5-6]</sup>,用以模拟刻痕膜片的裂纹扩展过程,得到了刻痕膜片破裂压力的精确计算值,结合数值计算和膜片气动破裂试验结果,获得了破裂压力随剩余厚度的变化规律,给出完整的基于损伤机制的刻痕膜片断裂行为数值计算方法。

## 1 刻痕膜片及气动破裂试验

目前,对刻痕膜片破裂压力的获取主要依赖于气压或液压破裂试验。为考虑剩余厚度对刻痕膜片破裂压力的影响,加工了名义剩余厚度分别为 30、40、50、60、70  $\mu\text{m}$  的 5 种刻痕膜片,每种 4 件。刻痕膜片母材为退火碘化钛(TAD-M)带材,名义厚度为 0.12 mm,刻痕采用单铰形式,分布在圆心角为 300°的扇形区域,刻痕截面中心线处直径为 16 mm。经光刻技术加工好的膜片,需采用表面粗糙度轮廓测量仪测量如图 1(a)所示的 5 个位置刻痕截面的实际轮廓形貌,在每个测量位置刻痕截面的实际轮廓线上截取出刻痕中部的平行段进行测量,如图 1(b)所示,进而确定出该位置处的剩余厚度,计算中使用的刻痕膜片的剩余厚度为 5 个位置测量值的平均值。加工的 20 件刻痕膜片厚度及剩余厚度的详细测量结果如表 1 所示。

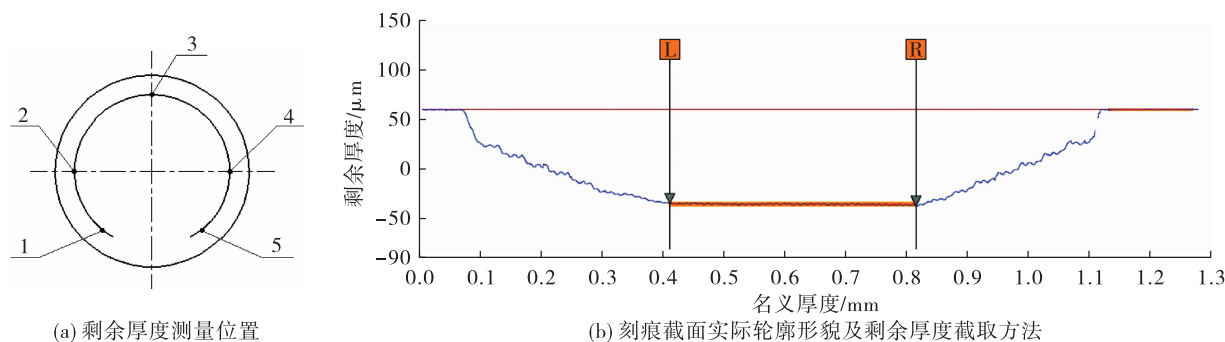


图1 剩余厚度测量位置及截取方法

Fig.1 Residual thickness and determination method

表 1 刻痕膜片剩余厚度测量结果  
Tab. 1 Residual thickness of the pre-notched diaphragm 单位:μm

膜片 编号	膜片厚度						剩余厚度					
	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置均值	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置均值
1	124	125	125	125	125	124.8	28.5	29.9	30.5	28.6	27.7	29.0
2	127	127	127	127	127	127.0	32.8	32.0	31.5	29.7	28.5	30.9
3	125	126	126	126	126	125.8	29.2	29.9	30.5	27.5	29.0	29.2
4	125	126	126	126	125	125.6	29	29.5	31.5	28.7	26.6	29.1
5	126	126	126	126	126	126.0	41.3	40.6	41.6	39.2	39.6	40.5
6	126	126	127	126	126	126.2	42.2	40.7	42.3	39.0	37.8	40.4
7	123	123	123	123	123	123.0	38.5	36.6	37.2	35.7	34.0	36.4
8	124	124	124	124	123	123.8	37.6	37.4	37.5	35.6	35.2	36.7
9	124	124	124	124	123	123.8	48.3	47.7	48.5	46.6	45.5	47.3
10	125	125	125	125	125	125.0	48.9	49.0	49.5	47.3	47.2	48.4
11	123	123	123	124	123	123.2	48.0	47.0	47.0	47.6	44.9	46.9
12	124	123	123	123	124	123.4	49.2	46.9	47.5	46.4	45.4	47.1
13	123	123	123	123	123	123.0	57.1	57.5	56.7	56.4	55.3	56.6
14	124	123	124	123	123	123.4	58.5	56.5	58.6	56.2	54.5	56.9
15	125	124	124	124	124	124.2	59.0	58.1	58.5	57.4	56.8	58.0
16	124	124	124	124	124	124.0	58.2	58.4	58.0	57.5	56.0	57.6
17	122	122	123	123	123	122.6	64.6	65.0	67.4	65.3	64.0	65.3
18	124	124	124	124	123	123.8	67.3	68.0	68.5	66.9	66.0	67.3
19	123	123	123	123	123	123.0	66.9	66.7	67.8	65.7	64.7	66.4
20	122	122	123	122	122	122.2	66.4	65.5	67.8	65.2	63.8	65.7

气动试验前,基于纯剪切破坏原理估算给定剩余厚度下膜片的破裂压力,考虑单铰型刻痕,有如下关系

$$p \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{5}{6} \pi d h \tau$$

(1)

从而得到破裂压力的估算方法为

$$p = \frac{10 h \tau}{3 d}$$

(2)

式中: $h$  是膜片剩余厚度; $d$  是刻痕直径; $p$  是膜片破裂压力; $\tau$  是膜片刻痕处的切应力,用于估算破裂压力时,应代入材料的剪切强度  $\tau_b$ 。对于本研究中的膜片材料,经前期大量的试验摸索,确定出当  $\tau_b$  取  $0.35\sigma_b$  时,能够由式(2)得到与试验结果较为接近的破裂压力计算值。

经光刻加工好的刻痕膜片如图 2(a) 所示,检验合格后与进气嘴激光焊接成膜片隔离阀开展气动

爆破试验,如图 2(b) 所示。图 2(c) 为气动试验后膜片的破裂形貌。图 3 给出了气动试验得到的 20 件刻痕膜片破裂压力与实测剩余厚度之间的关系。同时,图中还给出采用式(2)计算得到破裂压力,计算值 1 和 2 使用的剪切强度,分别为 0.35 倍 TAD-M 带材 T 和 L 取向的抗拉强度。由图 3 可以看出:

1)刻痕膜片剩余厚度接近 50 μm 时,破裂压力计算值与试验值较为接近;剩余厚度远离 50 μm 时,破裂压力计算值与试验值相差较大。这是由于采用式(2)估算破裂压力属于典型的唯象做法,实际产品的剩余厚度为 50 ~ 55 μm,前期的工艺摸索大多是在这个剩余厚度范围开展的,从而获得的  $\tau_b$  的经验值 ( $0.35\sigma_b$ ) 仅适用于这个剩余厚度范围的刻痕膜片。

2)TAD-M 带材性能具有明显的方向性,采用

式(2)估算破裂压力时,应考虑到膜片的取样方向。

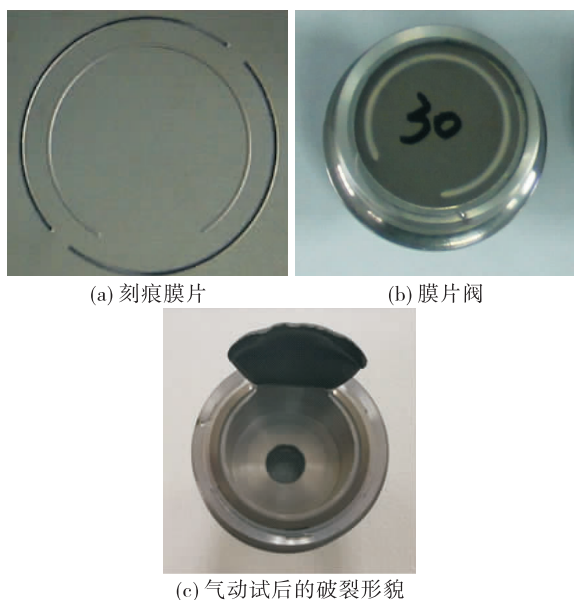


图 2 刻痕膜片、膜片阀及气动试后破裂形貌

Fig. 2 Pre-notched diaphragm, membrane valve and fracture surface after burst testing

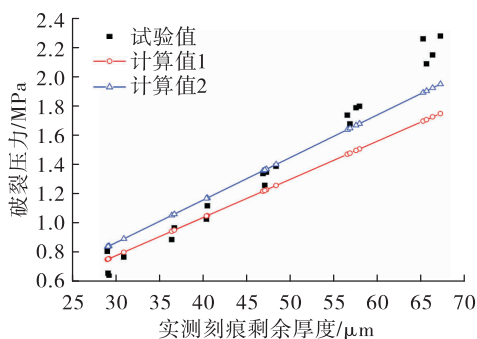


图 3 刻痕膜片破裂压力试验及理论估算值

Fig. 3 The busting pressure of the pre-notched diaphragm by testing and calculation

## 2 修正的 GTN 模型

金属韧性断裂的内在机制通常被认为与材料内部微孔洞的萌生、长大、变形及贯通等一系列行为密切相关。韧性材料在拉伸载荷(高应力三轴度)作用下,内部的微孔洞体积不断扩张,随后孔洞之间的韧带发生颈缩失效,大面积贯通,即内部颈缩机制主导断裂过程;剪切载荷作用(低应力三轴度)下,微孔洞体积不会明显长大,但孔洞形状会显著改变,如拉长、旋转、扭曲等,从而微孔洞剪切机

制主导断裂过程<sup>[7-11]</sup>。经典 GTN<sup>[12-14]</sup>模型是影响最大、应用最广泛的微孔洞细观损伤模型,将宏观材料看作由微孔洞和金属基体两部分组成,能够很好地模拟中到高应力三轴度下微孔洞的萌生、长大、贯通及材料的最终断裂过程,但不适用于剪切载荷主导的断裂模式<sup>[15-17]</sup>。基于此,本文在传统 GTN 屈服势中引入了一个新的损伤变量来表征由于剪切效应而累积的损伤,并采用 Lemaitre 的应变等效原理<sup>[18]</sup>将新损伤变量与应力分量耦合起来,提出了一种新的适合拉剪混合断裂模式的修正的 GTN 模型。

修正的 GTN 屈服函数中包含两个相互独立的损伤变量,即孔洞体积分数 $f$ 和剪切损伤变量 $D_{\text{shear}}$ ,分别表征由内部韧带颈缩机制和内部剪切机制累积的损伤,具有以下形式

$$\Phi = \frac{q^2}{\bar{\sigma}_m^2 (1 - D_{\text{shear}})^2} + \left\{ 2q_1 f \cosh \left( -\frac{3q_2}{2} \frac{p}{\sigma_m (1 - D_{\text{shear}})} \right) - 1 - (q_1 f)^2 \right\} = 0 \quad (3)$$

式中: $q_1$ 、 $q_2$ 为常数; $\bar{\sigma}_m$ 为基体材料的流动应力; $p$ 和 $q$ 分别为宏观静水应力和等效应力。伴随着两种损伤变量单独或共同的累积,屈服面均会收缩至一点,当 $f \rightarrow 1/q_1$ 或 $D_{\text{shear}} \rightarrow 1$ 时,材料由于内部韧带颈缩或者微孔洞剪切效应,将彻底丧失承载能力, $p$ 和 $q$ 均趋于零,如图 4 所示。

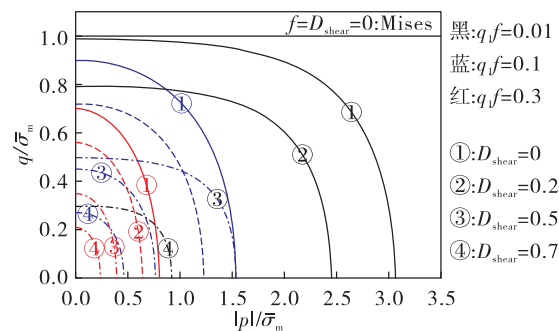


图 4 修正的 GTN 模型的屈服面

Fig. 4 Yield surface of the modified GTN model

基体材料被模拟为各向同性强化的 Mises 材料,基体等效塑性应变 $\bar{\sigma}_m \dot{\bar{\epsilon}}_m^p$ 由材料的塑性功守恒确定,即

$$\bar{\sigma}_m \dot{\varepsilon}_m^p = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \dot{\varepsilon}^p}{(1-f)(1-D_{\text{shear}})} \quad (4)$$

式中:  $\boldsymbol{\sigma}$  是应力张量;  $\dot{\varepsilon}^p$  是塑性应变率张量。

修正的 GTN 屈服函数中,孔洞体积分数  $f$  表征与孔洞体积扩张相关的损伤累积,其变化率为

$$\dot{f} = (1 - \omega_\sigma) A \dot{\varepsilon}_m^p + (1 - f) \dot{\varepsilon}^p : I \quad (5)$$

式中:  $A$  为孔洞萌生强度因子,遵循 Chu 和 Needleman<sup>[19]</sup> 给出的正态分布规律;  $\omega_\sigma$  是应力状态函数,用于区分应力状态。式(5)等号右侧第一项为由新孔洞萌生而引起的孔洞体积分数增长;第二项为现有孔洞长大引起的孔洞体积分数增长,变化率与塑性应变率的体积分量有关。

与微孔洞剪切机制相关的损伤由  $\dot{D}_{\text{shear}}$  表征,剪切损伤率线性依赖于当前剪切损伤及塑性应变率的偏分量,即

$$\dot{D}_{\text{shear}} = k_\omega D_{\text{shear}} \omega_\sigma \frac{\boldsymbol{s} : \dot{\varepsilon}^p}{q} \quad (6)$$

式中  $k_\omega$  为材料常数。该准则采用了宏观损伤力学中“唯象”的观点,通过拟合纯剪切过程的响应建立了新损伤变量  $D_{\text{shear}}$  的演化规律,用于表征孔洞拉长、旋转、扭曲等与孔洞形状改变相关的细观机制主导的断裂过程。

孔洞体积分数  $f$  和剪切损伤  $D_{\text{shear}}$  达到各自的临界值  $f_c$  和  $D_c$  后,材料会加速损伤,以反映实际材料中的贯通失效过程,在修正的 GTN 模型中,采用两个双线性函数  $f^*$  和  $D_{\text{shear}}^*$  来模拟这个过程。

### 3 刻痕膜片断裂过程计算分析

#### 3.1 有限元模型

对每种名义剩余厚度的 4 个刻痕膜片的实测剩余厚度作平均,分别为 29.55、38.50、47.43、57.28、66.18  $\mu\text{m}$ ,建立刻痕膜片有限元模型时,采用这个平均值作为模型中的剩余厚度。刻痕区域几何模型尽量依据实测轮廓形状生成。采用修正的 GTN 模型模拟 TAD-M 带材刻痕膜片断裂过程时,考虑到刻痕膜片及其承受载荷的对称性,只需对半膜片建立有限元模型,并在刻痕区域附近局部细化网格,如图 5 所示。同时,只在刻痕附近的断裂区域内采用修正的 GTN 材料本构,其余单元采用传统的 J2

弹塑性材料本构。刻痕区域内的损伤单元受到外加横向压力作用,处于拉剪混合应力状态,孔洞体积损伤和剪切损伤会随着塑性应变的增加同时累积,当二者的共同效应达到材料所能承受的极限时,损伤单元失效,随即被删除,伴随着失效单元不断被删除,刻痕膜片的裂纹扩展过程被动态地模拟出来了,相应地损伤单元最初失效时承受的外加压力即为刻痕膜片的破裂压力。

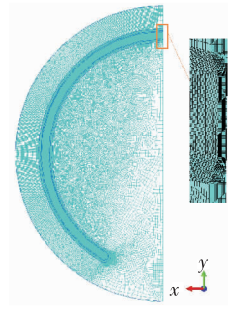


图 5 刻痕膜片有限元模型

Fig. 5 The FEM model of pre-notched diaphragm

#### 3.2 损伤模型参数

采用本文损伤模型计算刻痕膜片的断裂过程时,需要预先获取材料的真实应力-应变曲线并基于文献、材料细观结构特征以及精心设计的多组试验确定出损伤模型参数。研究显示:常数  $q_1$  和  $q_2$  依赖于材料应变强化指数  $n$  及初始屈服强度对弹性模量的比值 ( $\sigma_0/E$ ), Faleskog 等基于细观力学理论计算得到了一系列取值范围的  $n$  和 ( $\sigma_0/E$ ) 对应的  $q_1$  和  $q_2$ <sup>[20]</sup>。对于本文研究的 TAD-M 带材,  $1/n = 0.196$ ,  $\sigma_0/E = 0.0025$ , 采用 Faleskog 给出的研究结果插值得到  $q_1 = 1.83$ ,  $q_2 = 0.809$ 。其次,部分与内部颈缩机制相关的损伤参数,可以通过观测材料的细观结构特征来确定。孔洞体积分数中形核部分的极限值,  $f_N$  的取值应该与材料中导致微孔洞萌生的二相粒子的总体积分数相一致。初始孔隙率,  $f_0$  应该与未经加载的材料中微孔洞的体积分数相一致。于是,对未经加载的 TAD-M 带材进行电镜扫描或 X-ray CT 观测,采用图形分析软件得到二相粒子和初始孔洞体积分数的量化值即可确定  $f_N$  和  $f_0$ 。TAD-M 带材的微观组织观察结果显示,未观察到明显的第二相粒子,仅有少量杂质存在,因此为



简化模型,这里忽略微孔洞的萌生过程,并采用 $f_0 = 0.004, f_c = 0.02$  作为这两个参数的初选值,再通过模拟单轴拉伸试件的断裂过程进行校正。剪切损伤参数通过模拟 1 组纯剪切试件和 1 组拉剪混合试件的断裂过程进行确定。最终确定出的材料性能参数和损伤模型参数如表 2 所示。

表 2 TAD-M 带材力学性能及损伤模型参数  
Tab. 2 The macro-mechanical properties and damage model parameters for TAD-M

参数	数值
杨氏模量 $E/\text{GPa}$	108
泊松比 $\nu$	0.33
初始屈服强度 $\sigma_0/\text{MPa}$	273.4
应变强化指数 $N$	5.095
应变强化系数 $\alpha$	3.693
GTN 屈服函数的常数 $q_1$	1.83
GTN 屈服函数的常数 $q_2$	0.809
初始孔洞体积分数 $f_0$	0.005
孔洞萌生时的平均等效塑性应变 $\varepsilon_N$	—
孔洞萌生强度正态分布函数的标准差 $s_N$	—
孔洞体积分数中形核部分的极限值 $f_N$	—
临界孔洞体积分数 $f_c$	0.025
材料失效时的孔洞体积分数 $f_F$	0.16
初始剪切损伤 $D_0$	0.01
剪切损伤系数 $k_w$	4
临界剪切损伤 $D_c$	0.025
最终剪切失效时的剪切损伤 $D_F$	0.1

3.3 计算结果及分析

图 6 为采用修正的 GTN 模型计算得到的 5 种不同剩余厚度刻痕膜片的破裂压力值。可以看出:数值计算结果与试验结果非常接近,变化趋势一致,计算得到的破裂压力均对剩余厚度表现为指数形式的依赖性,而非图 3 中简化算法给出的线性关系。图 3 给出简化算法计算结果在刻痕膜片剩余厚度接近  $50\text{ }\mu\text{m}$  时,破裂压力计算值与试验值较为接近;剩余厚度远离  $50\text{ }\mu\text{m}$  时,破裂压力计算值与试验值相差较大。相比之下,采用 GTN 模型能够对一系列剩余厚度的膜片破裂压力给出精确的预测。

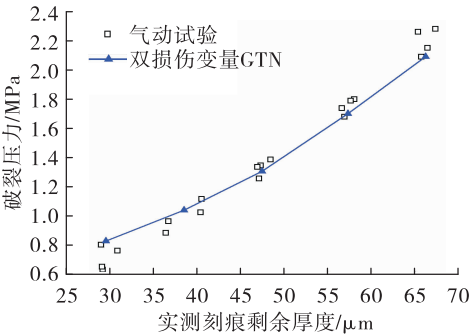


图 6 刻痕膜片破裂压力计算值  
Fig. 6 The predicted bursting pressure by two-damage-parameter GTN model

图 7 为计算得到的名义剩余厚度为  $50\text{ }\mu\text{m}$ (实际计算中使用实测平均厚度  $47.43\text{ }\mu\text{m}$ ) 的刻痕膜片破裂过程,裂纹自膜片顶端(刻痕对称面附近)起始扩展至根部,断口平整,最终在根部撕裂后完全打开,获得了与试验一致的断裂过程。

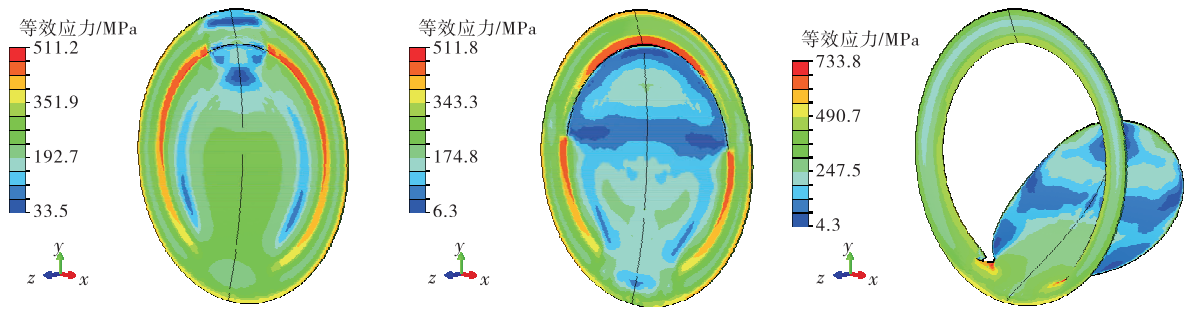


图 7 刻痕膜片断裂过程计算结果  
Fig. 7 The simulated fracture process of pre-notched diaphragm by two-damage-parameter GTN model

## 4 结论

基于两种独立的韧性断裂机制,提出了一种适合拉剪混合断裂模式的修正的GTN模型,针对刻痕膜片断裂过程开展数值计算,主要结论如下:

1) 修正的GTN模型能够模拟出拉伸和剪切载荷共同作用下材料的损伤失效过程。

2) 结合文中给出的损伤参数确定方法,修正的GTN模型能够准确计算出刻痕膜片的破裂压力、模拟出刻痕膜片的断裂过程。

3) 计算得到的刻痕膜片破裂压力与试验结果一致地表现出对剩余厚度呈指数形式的依赖关系。

### 参考文献:

- [1] 白少卿,孙亮.膜片阀破裂压力稳定性研究[J].火箭推进,2015,41(6):46-50.
- BAI S Q, SUN L. Research of bursting pressure stability for membrane valve[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2015, 41(6):46-50.
- [2] 宁建华.光刻膜片在膜片阀中的应用[J].火箭推进,2005,31(1):33-34.
- NING J H. Photoetching diaphragm in burst valve application[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2005, 31(1):33-34.
- [3] 王伟,李江,王春光,等.隔舱式双脉冲发动机金属膜片设计与实验研究[J].推进技术,2013,34(8):1115-1120.
- [4] 王春光,任全彬,田维平,等.脉冲发动机中金属膜片式隔舱动态破坏过程研究[J].固体火箭技术,2013,36(1):22-26.
- [5] 姜薇.基于细观损伤机理的韧性断裂研究[D].西安:西北工业大学,2016.
- [6] JIANG W, LI Y Z, SU J. Modified GTN model for a broad range of stress states and application to ductile fracture[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2016, 57:132-148.
- [7] BARSOUM I, FALESKOG J. Rupture mechanisms in combined tension and shear—Micromechanics[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(17):5481-5498.
- [8] GAO X S, ZHANG G H, ROE C. A study on the effect of the stress state on ductile fracture[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2010, 19(1):75-94.
- [9] BENZERGA A A, LEBLOND J B. Ductile fracture by void growth to coalescence[J]. Advances in Applied Mechanics, 2010, 44:169-305.
- [10] DANAS K. Influence of the Lode parameter and the stress triaxiality on the failure of elasto-plastic porous materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(11/12):1325-1342.
- [11] PARDOEN T, HUTCHINSON J W. An extended model for void growth and coalescence[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(12):2467-2512.
- [12] GURSON L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth; part I—yield criteria and flow rules for porous ductile media[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99(1):2-15.
- [13] TVERGAARD V, NEEDLEMAN A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar[J]. Acta Metallurgica, 1984, 32(1):157-169.
- [14] KOPLIK J, NEEDLEMAN A. Void growth and coalescence in porous plastic solids[J]. International Journal of Solids and Structures, 1988, 24(8):835-853.
- [15] 姜薇,李亚智,刘敬喜,等.基于微孔洞细观损伤模型的金属剪切失效分析[J].华中科技大学学报(自然科学版),2015,43(1):24-29.
- [16] DUNAND M, MOHR D. On the predictive capabilities of the shear modified Gurson and the modified Mohr-Coulomb fracture models over a wide range of stress triaxialities and Lode angles[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2011, 59(7):1374-1394.
- [17] JACKIEWICZ J. Use of a modified Gurson model approach for the simulation of ductile fracture by growth and coalescence of microvoids under low, medium and high stress triaxiality loadings[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(3):487-502.
- [18] JEAN L. A continuous damage mechanics model for ductile fracture[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, 107(1):83-89.
- [19] CHU C C, NEEDLEMAN A. Void nucleation effects in biaxially stretched sheets[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1980, 102(3):249-256.
- [20] FALESKOG J, GAO X S, SHIH C F. Cell model for non-linear fracture analysis-I. Micromechanics calibration[J]. International Journal of Fracture, 1998, 89:355-373.