

增强 S 形波纹管内压稳定性分析方法

霍世慧¹, 许红卫¹, 朱卫平², 袁 喆³

(1. 液体火箭发动机技术重点实验室, 陕西 西安 710100;

2. 上海大学 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072;

3. 西安航空学院, 陕西 西安 710077)

摘 要:针对增强 S 形波纹管, 结合理论分析与数值仿真分析方法, 给出内压稳定性的分析方法。首先基于数值分析方法获得波纹管轴向刚度, 由最小轴向刚度确定结构弯曲刚度。然后, 基于内压作用下薄壁圆柱壳轴线控制方程和弯曲过程波纹管结构几何关系, 获得摇摆过程边界影响系数的选取方法。最后, 基于 Euler 公式并参考 EJMA 规范, 给出增强 S 形波纹管稳定性临界内压分析方法, 方法综合考虑材料弹塑性、内压和边界影响系数等因素, 较真实反映波纹管实际情况, 能够较好地应用于增强 S 形波纹管结构稳定性分析。

关键词:增强 S 形波纹管; 稳定性; 柱失稳; 临界内压; 边界影响系数

中图分类号:V475 **文献标识码:**A **文章编号:**1672-9374(2022)04-0066-06

Buckling of the reinforced S-shaped bellows under internal pressure

HUO Shihui¹, XU Hongwei¹, ZHU Weiping², YUAN Zhe³

(1. Science and Technology on Liquid Rocket Engine Laboratory, Xi'an 710100, China;

2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

3. Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China)

Abstract: In the present study, the analysis method of critical pressure of reinforced s-shaped bellows was carried out based on the theoretical and numerical simulation analysis. Firstly, the axial stiffness of reinforced s-shaped bellows was obtained based on the finite element method. The bending stiffness of bellows was obtained according to the minimal axial stiffness. Then, boundary influence coefficient of bellows was analyzed based on axial control equation of thin walled cylinder under the inner pressure. At last, the analysis method of critical load of reinforced S-shaped bellows was put forward based on Euler equation and EJMA, which takes plasticity, inner pressure and boundary condition into account and actually reflects the bellows condition. It can be well used in the buckling analysis of reinforced S-shaped bellows.

Keywords: reinforced S-shaped bellows; buckling; column instability; critical internal pressure; boundary influence coefficient

收稿日期:2021-12-03;修回日期:2022-02-09

基金项目:国家自然科学基金(52005385);陕西省自然科学基金基础研究计划(2021JQ-848)

作者简介:霍世慧(1985—),男,博士,高级工程师,研究领域为液体火箭发动机结构强度、动力学特性分析与评估。

0 引言

波纹管作为一种补偿性能良好、使用维护简单的补偿器,在石油、化工、电力、城建和航空航天等领域得到了广泛的应用。根据实际工作环境的不同,波纹管结构多种多样,增强S形波纹管是在传统U形波纹管的基础上将波峰与波谷间的直线段改为斜线设计而成,并通过增强环的引入使得结构承载能力明显提升,广泛应用于航天和核工业等极端高压工作环境^[1]。然而,增强S形波纹管的设计分析相对复杂,理论公式需要经过反复试验修正,得到的近似公式精度也相对较低,目前仍未形成规律性的成熟经验。

波纹管在内压过大的情况下会丧失稳定性,使结构疲劳寿命和位移补偿能力大大降低,最常见的失稳模式是柱失稳和平面失稳。柱失稳是指波纹管中心线或轴线整体侧向偏移,这是长细比较大的波纹管的常见失稳现象,类似于压杆的屈曲,其临界载荷分为弹性和非弹性两个区域,即表示一系列具有相同直径、厚度和波形的波纹管发生柱屈曲的临界压力值,随着波纹管长度的增加,曲线从非弹性向弹性过渡。当波数较少或长细比较小时,则易出现一个或多个波纹横截面发生移动或偏移的现象,即平面失稳,造成这种屈曲的主要原因在于子午向弯曲应力过大,在波峰顶和谷底形成塑性铰^[2]。

圆柱壳在内压作用下柱失稳的临界压力与承受轴向作用均布压力时相同,这一现象最早由 Haringx 通过实验发现^[3],文献[4-7]等在对C形、 Ω 形、U形等波纹管整体刚度问题深入理论研究基础上,对这一现象进行了理论解析证明,为波纹管临界失稳压力的计算提供了理论依据。陈晔发现波纹管在内压和轴向位移的联合作用下,波谷将首先进入塑性状态,提出将环板中出现塑性区作为平面失稳的判据^[8-9]。钟玉平等通过试验研究证明膨胀节制造商协会标准(EJMA)中的平面失稳极限设计压力计算方法同样适用于外压作用工况,并指出内压和外压作用下平面失稳的机理是一致的,同时压缩位移降低了外压平面失稳的临界压力^[10-11]。文献[12-13]开展了拉伸及外压载荷作用下金属波纹管稳定性的试验研究和有限元分析,给出了拉伸和外压载荷下金属波纹管的临界载荷。张玉田分别开展了外压、拉伸及其综合载荷作用下薄壁波纹

管周向稳定性研究^[14]。谈卓君等开展了多层U形波纹管轴向刚度及临界载荷的有限元分析,分析中同时考虑波纹管层间接触条件及波峰到波谷壁厚的变化,并通过与试验结果的对比,验证了分析的合理性^[15]。文献[16-17]研究了金属波纹管的刚度及其流固耦合特性,给出了金属波纹管流固耦合分析方法。徐学军等针对增强S形波纹管建立了一种结构耐压强度分析方法^[18]。国内外的研究主要集中在U形金属波纹管结构的内、外压和轴向拉伸作用结构极限承载能力的分析和试验方面,涉及耐高压增强S形波纹管的研究相对较少,未能形成有效的分析方法总结。

本文将针对增强S形波纹管,结合有限元分析和EJMA相关规范,给出该类型波纹管柱失稳临界内压的解析分析方法,为增强S形波纹管的结构设计分析提供依据。

1 增强S形波纹管结构说明

图1所示为增强S形波纹管,主要包括S形波纹管、增强环和直边段增强环,增强环直接提高了结构整体的耐压能力,直边段增强环位于结构的上下两端,用于与外部结构的连接。

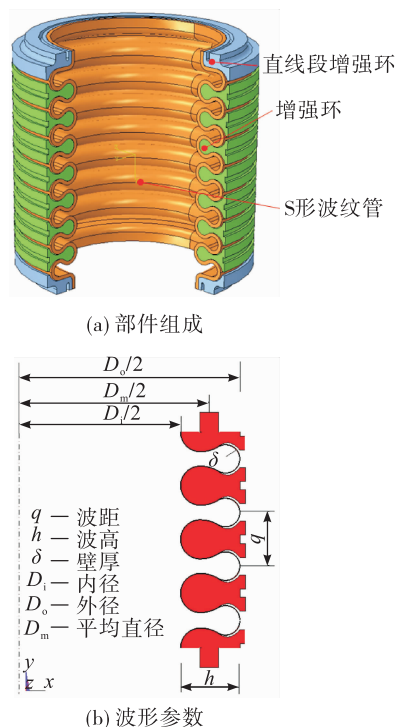


图1 增强S形波纹管

Fig.1 Reinforced S-shaped bellows

增强 S 形波纹管总长 127.5 mm, 最小通径 80 mm; 波纹管波距为 14.7 mm, 波高为 17.4 mm, 共含 8 层薄壁结构, 总厚度为 2.4 mm。S 形波纹管材料为 0Cr18Ni10Ti, 增强环与直线段增强环材料为 S-06 钢, 两种材料力学性能参数如表 1 所示。

表 1 增强 S 形波纹管材料参数

Tab. 1 Material properties of the reinforced S-shaped bellows

参数名称	0Cr18Ni10Ti	S-06
弹性模量/GPa	195.0	191.0
泊松比	0.3	0.3
屈服强度/MPa	310.0	980.0
拉伸强度/MPa	620.0	1 130.0
延伸率/%	30.0	12.0

2 增强 S 形波纹管稳定性分析方法

波纹管的失稳主要包括平面失稳和柱失稳两种表现形式。平面失稳是由于应力过大, 导致结构在波谷和波峰位置形成了“塑性铰”, 直接影响波纹管的疲劳寿命, 但针对增强 S 形波纹管, 增强环对波纹管起到直接保护作用, 不可能发生平面失稳现象, 因此下面的分析将重点关注增强 S 形波纹管的柱失稳情况。

柱失稳是指波纹管轴线变弯, 中间波纹有较大的横向偏移, 波距发生明显变化的现象。柱失稳分析主要采用如式(1)所示的 Euler 公式。

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E_i I}{(\mu_b L)^2} \quad (1)$$

式中: $E_i I$ 为波纹管弯曲刚度; μ_b 为长度折算系数, 主要与波纹管端面支撑相关, 参考 EJMA 标准, 针对“法兰等连接件刚度远大于波纹管管口的刚度”按固支约束条件处理, 取 $\mu_b = 0.5$, 并对“带初始转角和横向位移的刚性连接端”或“可转动和移动的刚性连接端”, 引入边界影响系数 $C_\beta = f(\beta_m)$, 其中 β_m 为连接端最大转角, 单位为 rad; L 为波纹管长度。

设定增强 S 形波纹管由 N 个波距为 q 的波纹管构成, 波纹管平均直径为 D_m , 由此可得增强 S 形波纹管柱失稳的临界内压, 具体表达如式(2)所示, 下面将分别给出增强 S 形波纹管弯曲刚度和边界影响

系数的确定方式。

$$P_{cr} = \frac{16\pi C_\beta E_i I}{(NqD_m)^2} \quad (2)$$

2.1 波纹管弯曲刚度的确定

波纹管弯曲变形过程中, 结构一侧处于压缩变形状态, 对应的另一侧处于拉伸变形状态, 弯曲刚度的理论解析主要通过轴向拉、压刚度的等效换算获得。图 2 所示为增强 S 形波纹管弯曲变形示意, 将波纹管等效为长度 L 、平均直径 D_m 、壁厚 d 的薄壁圆筒, 设圆筒转角 β 和弯矩 M 的增量分别记为 $\Delta\beta_i$ 和 ΔM_i , 轴向位移增量 U_y 记为 $\Delta U_y = U_{y,i+1} - U_{y,i}$ ($i = 1, 2, \dots$), 由此可得

$$\Delta\beta_i = \frac{-\Delta U_{y,i}^-}{D_m/2} = \frac{\Delta U_{y,i}^+}{D_m/2} = \frac{\Delta M_i L}{E_i \pi D_m^3 d/8} \quad (3)$$

$$\Delta M_i = \frac{E_i I}{Nq} \Delta\beta_i \quad (4)$$

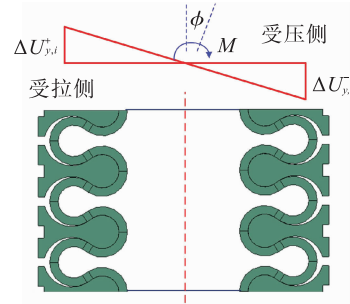


图 2 增强 S 形波纹管弯曲变形

Fig. 2 Bending deformation of the reinforced S-shaped bellows

等效薄壁圆筒弯曲刚度主要通过轴向拉、压刚度换算得到, 其压缩位移增量和载荷可表示为式(5)和式(6)。

$$\Delta U_{y,i}^- = \frac{\Delta F_{y,i}^- L}{E_i A} = \frac{\Delta F_{y,i}^- q N}{E_i \pi D_m d} \quad (5)$$

$$\Delta F_{y,i}^- = \frac{E_i A}{Nq} \Delta U_{y,i}^- = \frac{f_w}{N} \Delta U_{y,i}^- \quad (6)$$

拉伸位移增量和载荷可表示为式(7)和式(8)。

$$\Delta U_{y,i}^+ = \frac{\Delta F_{y,i}^+ L}{E_i A} = \frac{\Delta F_{y,i}^+ q N}{E_i \pi D_m d} \quad (7)$$

$$\Delta F_{y,i}^+ = \frac{E_i A}{Nq} \Delta U_{y,i}^+ = \frac{f_w}{N} \Delta U_{y,i}^+ \quad (8)$$

其中 $f_w = E_i A/q$ 为单波轴向刚度, 由 $f_w/N = (K_y^+ + K_y^-)/2 = \tilde{K}_y^\pm$ 可得 $f_w = N\tilde{K}_y^\pm$, 于是波纹管的弯矩增

量可表示为

$$\Delta M_i = \frac{D_m(\Delta F_{y,i}^+ - \Delta F_{y,i}^-)}{8} = \frac{D_m^2 f_w}{8N} \Delta \beta_i \quad (9)$$

由式(4)和式(9)可以获得波纹管整体弯曲刚度表达式如式(10)所示,其中波纹管单波轴向刚度由有限元数值仿真分析结果获得,至此式(2)中增强S形波纹管柱失稳的临界内压可表达为式(11)。

$$E_i I = \frac{q D_m^2 f_w}{8} \quad (10)$$

$$P_{cr} = \frac{2\pi C_\beta f_w}{N^2 q} \quad (11)$$

2.2 波纹管边界影响系数

内压作用下薄壁圆柱壳轴线稳定控制方程如式(12)所示^[19]。

$$\frac{d^4 f(z)}{dz^4} + k^2 \frac{d^2 f(z)}{dz^2} = 0, \quad k^2 = \frac{P_{cr}}{EI}, \quad P_{cr} = p \frac{\pi D_m^2}{4} \quad (12)$$

式中 $f(z)$ 为轴线挠曲函数,其通解为

$$f(z) = C_1 \cos kz + C_2 \sin kz + C_3 z + C_4 \quad (13)$$

根据式(14)所示转角方程和式(15)边界条件,可以解得相关系数如式(16)所示。

$$f'(z) = -C_1 k \sin kz + C_2 k \cos kz + C_3 \quad (14)$$

$$f(0) = w_0, \quad f'(0) = \beta, \quad f(L) = 0, \quad f'(L) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{k(L\beta + w_0) \cos kL - \beta \sin kL - kw_0}{k[2(\cos kL - 1) + kL \sin kL]} \\ C_2 &= \frac{k(L\beta + w_0) \sin kL - \beta(1 - \cos kL)}{k[2(\cos kL - 1) + kL \sin kL]} \\ C_3 &= \frac{kw_0 \cos \frac{kL}{2} + \beta \sin \frac{kL}{2}}{-kL \cos \frac{kL}{2} + 2 \sin \frac{kL}{2}} \\ C_4 &= \frac{k(w_0 - L\beta) \cos kL + (k^2 L w_0 + \beta) \sin kL - kw_0}{k[2(\cos kL - 1) + kL \sin kL]} \end{aligned} \quad (16)$$

将式(16)代入式(13),得到内压作用下薄壁圆柱壳挠曲度的解。圆柱壳失稳的条件是挠度趋向无穷大,即要求式(16)中至少有一项趋向无穷大,由此可以解得最小临界压力如式(17)所示。

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2} \quad (17)$$

以上求解过程表明,只要是两端固支边界条

件,按标准的特征值问题求解失稳临界压力,所得结果与连接端是否转动和移动无关。但根据经验和试验测试结果分析,EJMA标准认为波纹管承压后当其波距超过承压前的1.15倍时,屈曲就已经发生,即实际临界载荷小于式(17)结果,其减小量就需要通过修正系数 C_β 来控制。

圆柱壳结构转动示意图如图3所示,圆柱壳下端由B点转动至A点,圆柱壳转角为 β ,轴向位移量为 w_0 。

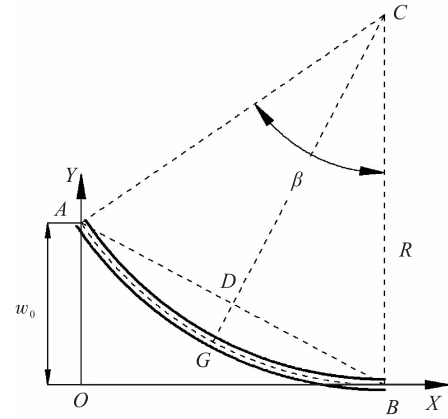


图3 圆柱壳结构转动示意

Fig. 3 Rotation of the cylindrical shell

在小位移条件下 ($L = R\beta$),机构运动引起的端面转动与移动的关系如式(18)所示,中点挠度可表示为式(19)。

$$w_0 = R(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \approx \frac{1}{2} L\beta \quad (18)$$

$$f_G = R - \sqrt{R^2 - L^2/4} \approx 0.125 L\beta \quad (19)$$

依据EJMA标准,将波距增加1.15倍(相当于挠曲线转角增加1.15倍)作为失稳的起点,由此可得中点挠度增量与圆柱壳长度的关系如式(20)所示。

$$\Delta f_G/L = 0.125 \Delta \beta = f(L/2)/L \quad (20)$$

结合薄壁圆柱壳轴线稳定控制方程通解,并设 $kL = 2\eta$,对于每一个给定的端面转角 β 可得到一个合适的 η ,由此可得如式(21)所示最小临界压力值,这里记为 P'_{cr} 。

$$P'_{cr} = \frac{\eta^2 EI}{(0.5L)^2} \quad (21)$$

将式(21)与式(17)相比得

$$P'_{cr} = \frac{\eta^2}{\pi^2} P_{cr} = C_{\beta} P_{cr} \quad (22)$$

于是便得到波纹管边界影响系数的修正值,如式(23)所示。

$$C_{\beta} = (\eta/\pi)^2 = 1 - 0.79\beta + 0.09\beta^2 - 9.3\beta^3 \quad (23)$$

3 算例

针对图 1 给出的增强 S 形波纹管开展结构柱失稳最小临界压力分析,波纹管工作压力为 35 MPa,摇摆角度为 10° ,由式(23)确定波纹管边界影响系数为 0.814 2。基于有限元软件 ABAQUS 开展增强 S 形波纹管刚度特性分析,根据波纹管自身结构特点和载荷的对称性,建立如图 4 所示二维轴对称模型,波纹管材料采用双线性随动强化本构关系,模型上端施加轴向约束,下端施加轴向拉伸或压缩位移载荷,波纹管层间及其与增强环之间均定义为“面-面”接触关系,摩擦系数选取为 0.12。通过施加一定的轴向位移,求出由此产生的轴向约束反力,从而获得增强 S 形波纹管结构轴向伸缩力学特性。

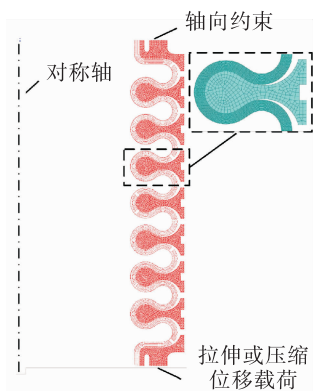


图 4 有限元模型及其边界条件

Fig. 4 Finite element model and boundary condition

增强 S 形波纹管轴向拉压曲线如图 5 所示,轴向拉伸载荷作用下,增强 S 形波纹管表现出非线性状态,初始阶段波纹管轴向约束力与拉伸位移的线性度较好,波纹管表现出“高刚度”状态;随着拉伸载荷的增大,波纹管局部进入屈服,呈现出软化的现象,表现出“低刚度”状态。轴向压缩载荷作用下,增强 S 形波纹管的非线性特征更加显著,表现出

强非线性状态。与轴向拉伸曲线相同,波纹管在进入塑性屈服前,轴向约束力与压缩位移线性度较好,波纹管表现出“高刚度”状态,而在进入塑性屈服以后,波纹管呈现出软化现象,刚度发生下降。但经历一段“低刚度”状态后,当波纹管波峰与增强环外侧圆弧端面完全贴合时,波纹管达到一种如图 6 所示的新的稳定状态,从而使得压缩刚度陡增。

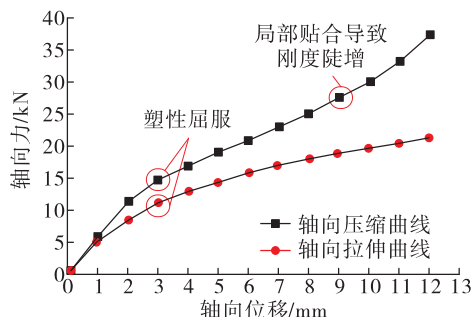


图 5 增强 S 形波纹管轴向拉压曲线

Fig. 5 Axial compression-tension curves of the reinforced S-shaped bellows

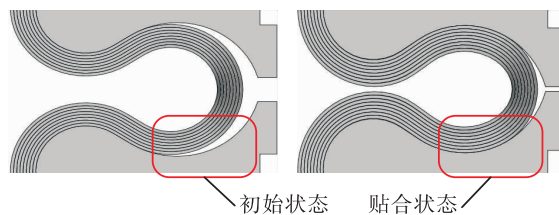


图 6 波纹管轴向压缩局部贴合状态

Fig. 6 Local fitting status of the reinforced S-shaped bellows

拉伸与压缩载荷作用下,增强 S 形波纹管均呈现出非线性特征,在柱失稳临界压力的分析中,整体结构弯曲刚度由拉压刚度的最小值确定。结合有限元分析结果,确定增强 S 形波纹管单波轴向刚度为 12 152 N/mm,代入式(2)获得摇摆角为 10° 工况增强 S 形波纹管柱失稳临界压力为 70 MPa,安全系数为 2.0。波纹管轴向刚度分析中综合考虑了材料弹塑性、边界非线性、内压、大位移和拉压不对称等因素的影响,并在临界载荷分析中引入边界影响系数,临界压力分析方法较为完整地考虑了结构的各种影响因素,因此采用本文提出方法开展增强 S 形波纹管结构稳定性分析时,柱失稳安全系数不必取得很大。

4 结论

论文针对增强S形波纹管,给出结构柱失稳临界压力分析方法,可以得出如下结论:

1) 结合增强S形波纹管拉伸和压缩刚度推导获得波纹管整体结构弯曲刚度,拉伸与压缩载荷作用下,增强S形波纹管呈现非线性特征,柱失稳临界压力分析中由最小拉压刚度确定结构弯曲刚度;

2) 基于内压作用下薄壁圆柱壳轴线稳定控制方程和弯曲过程波纹管结构几何关系,建立增强S形波纹管摇摆过程边界影响系数的选取方法;

3) 综合考虑材料弹塑性、内压和边界影响因素的影响,建立了增强S形波纹管内压稳定性的分析方法,并给出在典型波纹管结构中的应用。

参考文献:

- [1] HUO S H, YAN W Z, XU X J, et al. Bending characteristics of the reinforced S-shaped bellows under internal pressure[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2021, 192:104412.
- [2] United States Atomic Energy Commission. Atomic international[R]. NAA-SR-4524, 1964.
- [3] HARINGX J A. Instability of bellows subjected to internal pressure[J]. Philips Research Report, 1952, 7:112-118.
- [4] ZHU W P, HUANG Q, GUO P. General solution for C-shaped bellows overall-bending problems [C]//SHAN-MUGAM N E, LIEW Y J R, THEVENDRAN V. Thin-walled structures-research and development. Oxford: Elsevier Science Ltd, 1998.
- [5] ZHU W P, GUO P. Application of non-homogeneous solution for equations of slender ring shells to overall-bending problem of Ω -shaped bellows[J]. Journal of Shanghai University (English Edition), 1999, 3(2):121-126.
- [6] 朱卫平, 郭平, 黄黔. U型波纹管整体弯曲问题的一般解[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(4):331-341.
- [7] 朱卫平. 波纹管在内压作用下柱失稳临界压力的计算[J]. 力学与实践, 2002, 24(5):32-35.
- [8] 陈晔. 波纹管的平面稳定性研究[D]. 南京:南京工业大学, 2001.
- [9] 陈晔, 李永生, 顾伯勤, 等. 循环载荷下波纹管应变累计及平面失稳[J]. 机械强度, 2001, 30(5):24-27.
- [10] 钟玉平, 哈学基, 段玫. 内、外压载荷下无加强U形波纹管平面失稳研究[C]//第七届全国膨胀节学术会议. 南京:中国机械工程学会, 2003.
- [11] 钟玉平, 李杰, 闫廷来, 等. 基于有限元分析的波纹管强度应力提取与计算[J]. 材料开发与应用, 2018, 33(6):101-105.
- [12] 张道伟. 拉伸条件下金属波纹管外压稳定性研究[D]. 洛阳:洛阳船舶材料研究所, 2004.
- [13] 陈赵勤, 马咏梅, 马传鑫, 等. S形焊接金属波纹管外压失稳临界极限压力研究[J]. 石油化工设备, 2021, 50(4):8-12.
- [14] 张玉田. 薄壁波纹管拉伸位移条件下周向稳定性研究[D]. 西安:西北工业大学, 2007.
- [15] 谈卓君, 曹丽亚, 廖日东, 等. 多层U形波纹管轴向刚度及临界载荷的有限元分析[J]. 机械强度, 2004, 26(1):49-53.
- [16] 束振, 马咏梅, 李何钰秋, 等. S形焊接金属波纹管弯曲刚度分析[J]. 石油化工设备, 2021, 50(5):22-26.
- [17] 李宁, 穆塔里夫·阿赫迈德. 波纹管机械密封多体多场热流固耦合性能分析[J]. 机床与液压, 2021, 49(14):137-141.
- [18] 徐学军, 任武, 袁喆, 等. 增强S形波纹管结构耐压强度分析技术[J]. 火箭推进, 2019, 45(1):19-24.
- [19] 朱卫平, 黄黔, 郭平. 柔性圆环壳在子午面内整体弯曲的复变量方程及细环壳的一般解[J]. 应用数学和力学, 1999, 20(9):889-895.