

离子电喷雾推力器束电流数学模型与敏感性分析

雪佳强¹, 郭宁¹, 孟伟¹, 杨三祥¹, 李春波¹, 王墨戈²

(1. 兰州空间技术物理研究所 真空技术与物理重点实验室, 甘肃 兰州 730000;

2. 国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:虽然阵列式结构的离子电喷雾推力器具有小体积、高比冲、高推力分辨率等优点,但是其发展受到了缺乏理论研究的限制。针对该问题,基于多点发射现象发展了描述推力器束电流的数学模型,并通过智能优化算法对模型中的经验系数进行了辨识,研究了高、低电压下束电流及发射行为存在的不同特征。基于 Sobol 方法进行了全局敏感性分析,研究了发射体结构的几何参数对束电流的影响程度。模型计算结果与试验结果基本一致,当电压大于 1.5 kV 时,发射点基底半径与多孔储层孔隙半径相当,外加电场主要影响束电流的非线性增加;电压小于 1.5 kV 时,发射点数量较少,基底半径是多孔储层孔隙半径的 1.5 倍,发射点数量是影响束电流大小的关键因素。敏感性分析结果表明,发射体尖端与提取极之间的距离对束电流的影响程度最大,其 1 阶敏感性指数为 0.841,在加工制造中须严格控制其公差大小。

关键词:纯离子状态;多点发射;束电流预测;数学模型;Sobol 敏感性分析

中图分类号:V439

文献标志码:A

文章编号:1672-9374(2024)02-0077-11

Mathematical model and sensitivity analysis of beam current for ion electrospray thruster

XUE Jiaqiang¹, GUO Ning¹, MENG Wei¹, YANG Sanxiang¹, LI Chunbo¹, WANG Moge²

(1. Science and Technology on Vacuum Technology and Physics Laboratory,

Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of

Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Although the ion electrospray thruster with an array emitter has advantages such as small volume, high specific impulse, and high thrust resolution, its development has been limited by the lack of theoretical researches. To address this issue, a mathematical model describing the beam current of the thruster based on the multi-site emission phenomenon was developed, and the empirical coefficients in the model were identified using intelligent optimization algorithms. The different characteristics of the beam current and emission behavior under high and low voltages were studied. Global sensitivity analysis based on the Sobol method was conducted to investigate the impact of geometric parameters of the emitter

收稿日期:2023-05-11 修回日期:2023-06-06

基金项目:国家重点研发计划引力波探测专项(2021YFC2202704)

作者简介:雪佳强(1999—),男,硕士,研究领域为离子液体电喷雾推进技术。

引用格式:雪佳强,郭宁,孟伟,等. 离子电喷雾推力器束电流数学模型与敏感性分析[J]. 火箭推进,2024,50(2):77-87.

XUE J Q, GUO N, MENG W, et al. Mathematical model and sensitivity analysis of beam current for ion electrospray thruster[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2024, 50(2):77-87.

structure on the beam current. The model calculation results are basically consistent with the experimental data. When the voltage is greater than 1.5 kV, the base radius of the emission site is equivalent to the pore radius of the porous reservoir, and the external electric field mainly affects the nonlinear increase of the beam current. When the voltage is less than 1.5 kV, the number of emission sites is small, the base radius is 1.5 times the pore radius of the porous reservoir, and the number of emission sites is a key factor affecting the size of the beam current. The sensitivity analysis results show that the distance between the tip of the emitter and the extractor has the greatest impact on the beam current, with a first order sensitivity index of 0.841, and its tolerance must be strictly controlled in manufacturing processes.

Keywords: pure ionic regime; multi-site emission; beam current prediction; mathematical model; Sobol sensitivity analysis

0 引言

执行引力波探测任务的航天器为了实时抵消太阳光压、宇宙辐射等非保守力的影响^[1-2],对微推力器的性能提出了严苛要求^[3]。离子电喷雾推力器具有高精度、高效率、小体积等特点,成为空间引力波探测卫星的首选推力器类型之一^[4-5]。在推力器结构研究方面,已经发展出可以实现纯离子发射模式的多孔介质型离子电喷雾推力器^[6-8]。

虽然离子电喷雾推力器在空间推进任务中已有重要应用^[4],但是在实现大功率、大推力方面受到了材料、加工和设计的限制。这种限制主要来源于微米级别的发射体,该发射体尺寸较小,加工难度大,并且产生的束电流和推力相对较小。为了将性能提高至与微型离子推力器、霍尔推力器相同的水平^[9],须使用微纳加工工艺制造的多孔发射极阵列,其上有数百个发射体^[10]。阵列式的引入使得发射体存在性能方面的可靠性问题,例如结构形貌、制造公差和材料选择等都会对推力器的性能产生明显影响^[11]。研究表明,即使单个发射体的实际尺寸与设计尺寸存在很小的偏差,也会严重缩短推力器的寿命^[12]。

目前,针对上述现状只能依赖试验周期长、制造成本高、研发效率低的迭代设计方法进行间接研究,这是因为离子电喷雾推力器的物理机制包含微通道渗流、离子蒸发、多点发射等跨尺度复杂过程,该特点使得分子动力学、电流体动力学或计算流体动力学等数值方法无法直接应用于推力器的全阶段模拟^[13],因此推力器的研究主要集中在原理样机研制和性能测试等方面,在理论方面的研究却相对

匮乏。针对该问题,本文基于离子蒸发理论和多点发射现象,发展了可以准确、可靠地预测离子电喷雾推力器束电流的数学模型^[14]。

模型属于半经验-半理论的0D稳态模型,可以为离子电喷雾推力器的鲁棒性设计和性能优化提供理论依据,进而解决目前高性能离子电喷雾推进系统研制工作严重依赖于迭代设计的痛点。将模型计算结果与Busek公司公开的试验数据^[15]及美国空军研究实验室(Air Force Research Laboratory, AFRL)研制的AFET-2推力器^[16]的试验数据进行对比,并结合Dual Annealing算法和Nelder-Mead算法辨识模型中经验系数的最佳值,研究推力器在高、低电压下不同的发射特征。基于Sobol方法对发射体结构几何参数进行全局敏感性分析,探究不同参数对离子束电流的影响程度。该项研究可为离子电喷雾推力器的推力控制与样机研制等方面提供参考。

1 模型与方法

本节概述了采用锥形多孔发射体的被动供给式离子电喷雾推力器束电流的数学模型,介绍了模型组成与推力器的工作原理。为了定量研究模型参数对推力器特性的影响,基于智能优化算法对模型中经验系数的大小进行了估计。在此基础上,基于Sobol方法进一步确定了影响推力器束电流大小的关键因素。

1.1 离子束电流的数学模型

离子电喷雾推力器在工作时,多孔发射体中的离子液体在强电场和毛细力的耦合作用下从多孔储层渗流至发射体尖端,但是表面微孔的不均匀性使得尖端可以形成多个离轴发射点同时发射离

子^[17],考虑到发射点位置在发射体尖端的径向分布难以定量描述并且发射体尖端所在的曲面尺寸极小,故假设:①忽略发射点偏离发射体尖端轴心导致的电场差异;②忽略空间电荷效应对电场造成的影响;③离子液体的微通道渗流过程雷诺数较小,属于层流^[18];④忽略弯月面切向电场力及离子的隧穿效应造成的影响^[19];⑤温度恒定,离子液体的性质不会发生改变。

对于完全润湿的微孔,当工作电压 U_{app} 大于起始电压 U_{start}^i 时,发射点所在的弯月面尖端法向电场力恰好克服表面张力及储层内部产生的负压,发射点开始发射离子产生束流。根据 $\nabla \cdot E = \nabla \cdot (-\nabla\phi) = 0$ 可以获得电势分布的 Laplace 方程 $\nabla^2\phi = 0$,在长旋转椭球坐标系下对方程进行求解,则起始电压 U_{start}^i 的表达式为

$$U_{start}^i = df(\eta_0) \sqrt{\frac{\gamma}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_{base}^i} + \frac{1}{r_{res}} \right)} \quad (1)$$

其中

$$f(\eta_0) = \left(\frac{1}{\eta_0} - \eta_0 \right) \ln \frac{1 + \eta_0}{1 - \eta_0} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\eta_0} = \sqrt{1 + \frac{R_c}{d}} \quad (3)$$

式中: i 为发射点的激活序号; γ 为离子液体的表面张力系数; ε_0 为真空介电常数; d 为发射体尖端到提取极的距离; R_c 为发射体尖端的曲率半径; r_{base}^i 为发射点基底半径; r_{res} 为多孔储层的有效孔隙半径。

锥形多孔发射体和几何参数如图 1 所示。

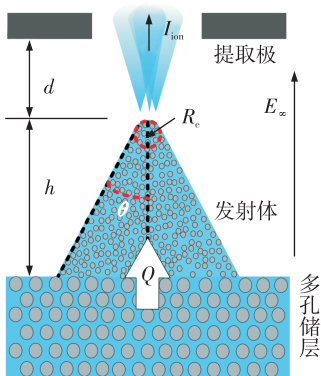


图 1 锥形多孔发射体和几何参数示意图

Fig. 1 Schematic of a conical porous emitter with key dimensions

锥形多孔发射体尖端在初始外加电场的作用下,只能激活半径较大的发射点,不断地增加电场强度,越来越多的发射点被逐个激活^[6,20],如图 2 所示。在工作电压 U_{app} 下,发射点数量 N_{sites} 的表达式为

$$\begin{cases} N_{sites} = \text{floor} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \left[\frac{\beta r_{res} - r(U_{app})}{r_{res}} + \frac{r_{emi}}{r_{res}} \right]^4 (N_{max} - 1) + 1 \right\} \\ N_{max} = \text{floor} \left\{ 8(1 - \sin\theta) \left(\beta \frac{r_{res}}{R_c} + 2 \cdot \frac{r_{emi}}{R_c} \right)^{-2} \right\} \\ r(U_{app}) = \left[\left(\frac{U_{app}}{df(\eta_0)} \right)^2 \frac{\varepsilon_0}{\gamma} - \frac{1}{r_{res}} \right]^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\text{floor}\{\cdot\}$ 为向下取整函数; N_{max} 为发射体尖端可以激活的发射点数量最大值; β 为表示液体聚集的经验系数; θ 为发射体的圆锥半角; r_{emi} 为多孔发射体的有效孔隙半径。

需要说明的是,式(4)仅在 $U^* \sqrt{1/r_{emi} + 1/r_{res}} < U_{app} < U^* \sqrt{1/(r_{emi} + \beta r_{res}) + 1/r_{res}}$ 条件下成立,否则发射点数量 N_{sites} 的表达式为

$$N_{sites} = \begin{cases} 0 & U_{app} < U^* \sqrt{1/(r_{emi} + \beta r_{res}) + 1/r_{res}} \\ N_{max} & U_{app} > U^* \sqrt{1/r_{emi} + 1/r_{res}} \end{cases} \quad (5)$$

式中 $U^* = df(\eta_0) \sqrt{\gamma/(\varepsilon_0 r_{res})}$ 表示推力器的特征电压,与发射体的几何参数、多孔储层的有效孔隙半径、离子液体的表面张力系数有关。

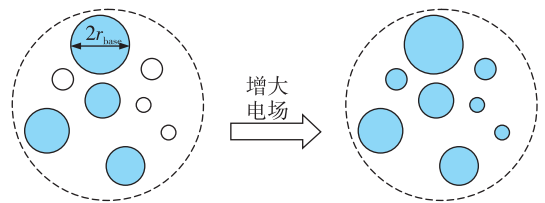


图 2 多点发射示意图

Fig. 2 Schematic of multi-site emission

发射体的束电流 I_{ion} 可表示为每一个发射点的电流 I_{ion}^i 之和,即

$$I_{ion} = \sum_{i=1}^{N_{sites}} I_{ion}^i \quad (6)$$

其中

$$\frac{I_{ion}^i}{k_s I^*} = 1 + k_e \sqrt{\frac{r_{res}}{r_{base}^i}} \left(\frac{U_{app}}{U^*} - \sqrt{\frac{r_{res}}{r_{base}^i} + 1} \right) \quad U_{app} > U_{start}^i \quad (7)$$

式中: k_s 为初始电流相对大小的经验系数; k_e 为无量纲电导的经验系数, 与发射体流阻有关; I^* 为推力器的特征电流。

$\frac{r_{\text{base}}^i}{r_{\text{res}}}$ 和 I^* 的表达式为

$$\begin{cases} \frac{r_{\text{base}}^i}{r_{\text{res}}} = \beta \left[1 - \left(\frac{i-1}{N_{\text{max}}^i} - 1 \right)^{0.25} \right] + \frac{r_{\text{emi}}}{r_{\text{res}}} \\ I^* = \frac{K\gamma^2 q^9}{4\pi^2 \varepsilon_0^5 (\Delta G)^6} \frac{\varepsilon(1+\chi)^3}{[\varepsilon(1+\chi)^2 - 1]^2} \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\chi = \frac{Kh_r}{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T} \quad (9)$$

式中: K 、 ΔG 、 ε 分别为离子液体的电导率、活化能垒、相对介电常数; h_r 为普朗克常数; k_B 为玻尔兹曼常数; T 为工作温度, 本文取 293 K; q 为离子的电荷量。

1.2 智能优化算法

为确定上述数学模型中经验系数 β 、 k_s 、 k_e 的最佳估计值, 基于最小二乘法建立参数估计的最优化算法。首先定义损失函数为

$$S(\beta, k_s, k_e) = \sum_{k=1}^n [\hat{I}_k(U_k) - I_k(U_k)]^2 \quad (10)$$

式中: \hat{I}_k 为模型预测电流值; I_k 为试验数据; U_k 为工作电压, $k=1, \dots, n$ 为试验样本序号。

与试验数据相比, 最佳参数意味着模型误差最小, 因此可以将参数估计转变为如下无约束优化问题。

$$(\beta^*, k_s^*, k_e^*) = \arg \min S(\beta, k_s, k_e) \quad (11)$$

式中 (β^*, k_s^*, k_e^*) 为最佳估计值。

多点发射的引入使得式(11)为非线性响应面的离散优化问题, 传统的 Gauss-Newton 算法、Levenberg-Marquardt 算法等梯度下降类算法已无法对其正确求解。为了保证算法最后收敛至全局最优解, 须引入启发式智能优化算法对其进行求解。文献[21]提出的 Dual Annealing (DA) 算法结合了快速模拟退火算法和传统模拟退火算法的优点, 是广义模拟退火算法的一种实现, 与遗传算法、粒子群算法、神经网络算法等常见的启发式全局优化算法相比, 具有更快的收敛速度、更少的迭代次数、更高的正确率, 但是 DA 算法与其他的全局优化算法一样, 并不擅长局部搜索。因此本文在使用 DA 算法

获得全局最优解后在其附近区域采用 Nelder-Mead 算法进行局部搜索, 以确定 β^* 、 k_s^* 、 k_e^* 。关于 DA 算法和 Nelder-Mead 算法的理论解释在文献[21]中已有详细介绍, 本文对此不再赘述。

考虑到 DA 算法是一种随机优化算法, 每次搜索求解可能会找到不同的最优解, 并且 DA 算法对参数初始值的选取并不敏感, 因此可以通过多次搜索求均值的方法确定最优解, 每次搜索的初始值在搜索域内随机确定。关于搜索域和 DA 算法中超参数的设置如表 1 所示。考虑到计算的时间成本和准确性, 本文设置迭代次数 $N=1\ 000$ 。

表 1 DA 算法的搜索域和超参数设置

Tab. 1 Search domain and super parameters setting of Dual Annealing algorithm

参数	数值
β	(0, 2)
k_e	(0, 10)
k_s	(0, 2)
初始温度/K	5 230
重启温度比	2×10^{-5}
访问分布参数	2. 62
接受分布参数	-5. 00

1.3 Sobol 方法

敏感性分析分为局部敏感性分析和全局敏感性分析。局部敏感性分析通过计算(偏)导数来表示输入变化对输出变化的影响, 每次分析只能研究一个参数对输出函数的影响, 并且需要保证其他参数不发生变化; 全局敏感性分析针对非线性复杂模型不易求解梯度变化的问题, 基于方差分析, 采用随机采样的方法, 通过参数对输出方差的影响比例进行敏感性识别。Sobol 方法^[22]是最具代表性的全局敏感性分析方法, 其使用的 Saltelli 采样^[23]方法相对稳定, 识别不同参数敏感性的效率较高, 该方法的核心思想是将模型输出的总方差分解为每个参数及参数之间交互作用的方差之和。使用 Sobol 方法可以得到输入参数的总阶敏感性指数 S_T 、1 阶敏感性指数 S_1 、2 阶敏感性指数 S_2 及更高阶的敏感性指数, 高于 1 阶的敏感性指数统称为高阶敏感性

指数,用 S_H 表示,并有如下关系。

$$S_T = S_I + S_H \quad (12)$$

式中: S_I 为单个参数自身变化时对输出的影响; S_H 为多个参数间的交互作用对输出的影响; S_T 为参数总的的影响。

本文使用 SALib 模块^[22]实现 Sobol 方法,具体计算方法参考文献[24],计算流程共分为 4 个步骤:①设置输入参数的变化范围;②使用 Saltelli 采样器生成参数样本空间;③运行数学模型评估其目标值;④计算各阶敏感性指数。

如果设置采样数为 N ,输入参数的数量为 D ,则 Saltelli 采样器可以生成容量为 $N(2D + 2)$ 的样本空间,并且 N 越大,计算结果越准确。发射体结构几何参数 d 、 R_c 、 θ 、 h 的变化范围见表 2。设置采样数,对电压分别为 1、1.2、1.4、1.6、1.8 kV 时的参数进行 Sobol 敏感性分析。

表 2 几何参数变化范围

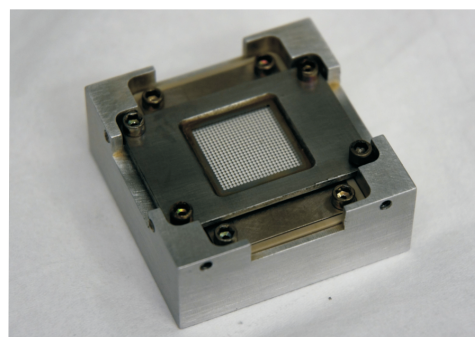
Tab. 2 Variation range of parameters

参数	数值
d/m	$(1.5 \times 10^{-5}, 4.5 \times 10^{-5})$
R_c/m	$(1.0 \times 10^{-5}, 2.0 \times 10^{-5})$
θ/rad	$(0.25, 0.35)$
h/m	$(2.8 \times 10^{-4}, 3.2 \times 10^{-4})$

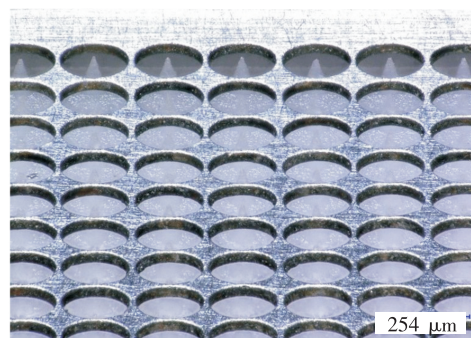
1.4 试验数据来源

为验证模型的可行性与准确性,选用目前文献中常用的由多孔硼硅酸盐玻璃基材加工而成的锥形多孔发射体为研究对象,基于 Busek 公司公开的推力器试验数据对预测结果进行比较。为确定模型中经验系数的大小以及进一步研究经验系数、几何参数的特点,选用 AFET-2 推力器的试验数据与模型计算结果进行对比。AFRL 研制的 AFET-2 推力器是一款多孔介质型离子电喷雾推力器,发射状态为纯离子模式,在 1.6 cm^2 的有效发射面积上具有 576 个锥形多孔发射体,并使用 EMI-BF_4 为推进剂,如图 3 所示^[16]。AFET-2 推力器的发射体采用 P5 级硼硅酸盐,其下端连接 P4 级硼硅酸盐的多孔储层,根据 ISO 4793-80 标准^[25]可知该多孔基材的特性参数;根据飞行时间光谱法^[26]得到的试验结果

可知推力器的束流参数;根据推力器制造过程的描述和发射极阵列的光学显微影像^[27]可以确定发射体的结构参数。此外,EMI-BF₄ 的性质参数在文献[14]中已有表述。



(a) AFET-2 推力器



(b) 提取极栅网与发射体局部

图 3 AFET-2 推力器示意图

Fig. 3 Schematic of an AFET-2 thruster

2 结果与讨论

2.1 模型验证与分析

束电流与电压之间的定量关系是影响离子电喷雾推力器性能的关键,为了验证模型可以正确、可靠地预测束电流大小,本文将模型计算结果与试验数据进行对比,如图 4 所示。图中带误差棒的散点为电流预测值,蓝色圆点为 Busek 试验数据^[15],整体拟合度较高,预测结果与试验数据基本一致。图 4 表明,随着工作电压增大,束电流呈现非线性的上升趋势,这是因为发射点数量的上升是一种不连续变化过程。

为了进一步验证模型预测多点发射行为的准确性,对发射点数量进行定量计算,结果如图 5 所示,表明计算结果与试验结果相吻合,模型可以实

现对多点发射行为的初步预测,随着工作电压增大,已激活的发射点数量呈阶梯上升趋势。同时,由于发射体尖端表面的空间约束,越来越多的离轴发射点随着电压增大被逐个激活。可以发现,虽然被逐个激活的发射点对应的起始电压逐渐增大,但是电压的增长幅度并不固定,这是因为每一个新的发射点被激活后,微通道的流动使得内部产生负压导致孔隙边缘的液体被吸入多孔介质中,从而直接影响后续发射点的基底半径与起始电压。

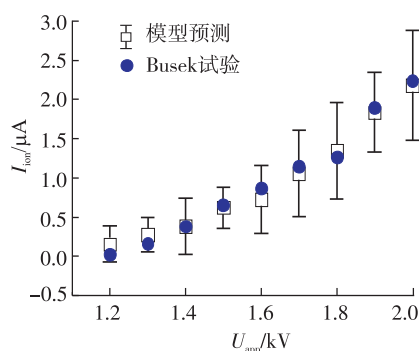


图 4 模型计算结果与 Busek 试验结果对比

Fig.4 Model prediction results compared with experimental data in positive mode of Busek

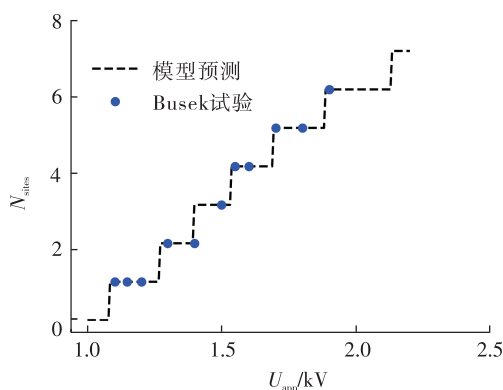


图 5 发射点数量的预测结果

Fig.5 Prediction results for number of active emission sites

2.2 经验系数的变化特性分析

尽管图 4 的预测结果与试验数据基本一致,但是预测区间宽度较大,约为试验数据的 50%,为了进一步分析模型的适应工况,讨论提升模型精度的方法,选用 AFET-2 推力器的试验数据^[16]与模型计

算结果进行对比。

基于 1.2 节的优化算法直接对经验系数的最佳值进行估计,此时 $(\beta^*, k_s^*, k_e^*) = (0.9, 0.5, 9.2)$ 结果如图 6 所示。图中带误差棒的散点为 AFET-2 推力器正极模式下的试验数据,虚线为电流预测曲线,整体拟合度较高。图 6 表明,推力器从起始电压正常运行至较高电压的过程中,尽管单发射点的电压-电流为线性关系,但是推力器的电压-电流通常为非线性关系,该特点与多点发射密切相关。数学模型在较高电压(>1.5 kV)时,可以正确描述推力器的电流大小,但是在低电压(<1.5 kV)时,预测值明显小于试验值,并且模型计算的起始电压为 1.05 kV,大于试验时的 800 V。根据式(1)可知,模拟的起始电压过高,主要原因是模型未能准确估计推力器开始工作时的发射点基底半径。

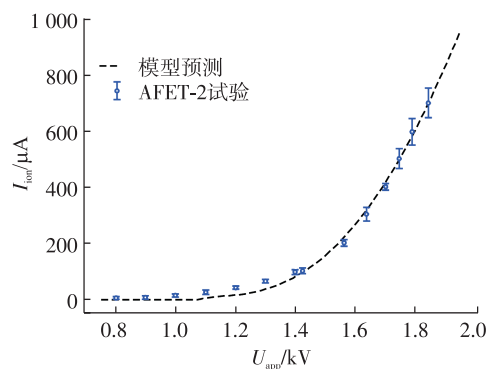


图 6 模型计算结果与 AFET-2 试验结果对比

Fig.6 Model prediction results compared with experimental data in positive mode of AFET-2 thruster

分析上述原因可知,这种情况可能是因为按最佳参数估计值预测的低电压下发射点基底半径和数量小于真实值,但是随着电压增大发射点数量增多,高电压下的发射点基底半径及数量更加接近整体的平均值,从而恰好满足按最佳参数估计值预测的情形。为进一步探讨模型未能准确描述低电压下束电流的根本原因,采用前述的优化算法分段对 1.5 kV 前后的试验数据进行参数识别。当工作电压大于 1.5 kV 时,最佳参数估计值为 $(\beta^*, k_s^*, k_e^*) = (1, 0.3, 9.8)$,当工作电压小于 1.5 kV 时,最佳参数估计值为 $(\beta^*, k_s^*, k_e^*) = (1.5, 1.0, 1.4)$ 。显然,工作电压大于 1.5 kV 时的最佳参数接近整体估计,但是工作电压小于 1.5 kV 时的最佳参数与整体估计相差

较大,这一结果表明高电压下的电流更加接近整体的平均水平,与上述分析相同。

对发射点数量进行预测,结果如图 7 所示。图 7 表明整体预测估计的发射点数量小于分段预测的发射点数量,据此可将离子电喷雾推力器的工作过程分为如下 3 个阶段。

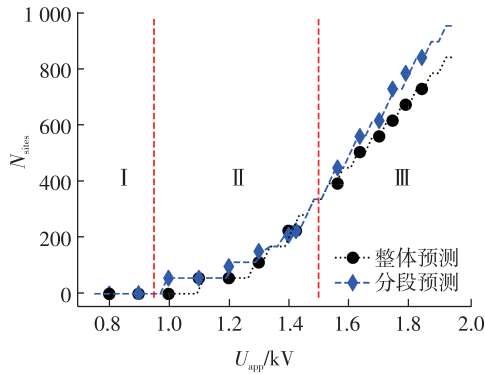


图 7 整体预测与分段预测的发射点数量

Fig. 7 The number of emission sites at overall and piecewise prediction

在第 I 阶段,电场力的作用使得离子液体逐渐克服流动阻力,将其驱动至发射体尖端,一旦达到起始电压(或者离子蒸发的临界条件)将会产生束电流,但是存在加工公差的不确定性和多孔基材的不均匀性,导致个别发射体的结构参数较为特殊,部分发射点率先发射离子,此时电压相对较小,该过程供应的体积流量不够稳定且不足以支撑绝大部分发射点正常发射离子,因此在一些发射点的局部出现了液体聚集现象。

在第 II 阶段,局部出现液体聚集现象的发射点跨越多个微孔,基底半径较大,起始电压较低,当工作电压超过起始电压时,离子蒸发随即开始,在电场的作用下弯月面尖端开始向外发射离子,此时发射点数量较少。

在第 III 阶段,随着工作电压的增加,电场强度增大,发射点从跨越多个微孔转变为发射点位于局部孔隙中,此时被激活的发射点数量明显增加,基底半径明显减小,且流阻增大,离子蒸发过程更加稳定,大量发射点的离子电流累加造成发射体的束电流非线性增加。

为了进一步评估模型的准确性,本文基于平均

绝对误差(mean absolute error, MAE, 式中简记为 E_{MAE})对预测结果进行评价,其计算方法为

$$E_{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n | \hat{I}_k(U_k) - I_k(U_k) | \quad (13)$$

式(13)表明, E_{MAE} 对异常值不敏感,以绝对值的方式来计算误差的平均值,可以避免正负误差相互抵消的问题,更好地反映了模型在整体数据上的表现,数学上可以认为 E_{MAE} 是欧氏距离的 L1 范数,一定程度上降低了模型评估的计算难度,提高了评估效率和可靠性。因此, E_{MAE} 作为评估模型准确性的方法,其对异常值的抵抗能力、良好的数学性质以及统计学中的广泛应用,都为其合理性提供了支持。通常认为相对误差小于 5% 时,模型预测结果相对正确,拟合程度较好,电喷雾推力器的束电流一般为 100 ~ 500 μA ,因此 $E_{MAE} < 15 \mu A$ 时,表明模型的预测结果准确,具有一定的可靠性。同时,任意工况下的残差小于 15 μA 时,认为预测结果与试验数据基本吻合,准确性较高。

残差图如图 8 所示,结果表明整体预测的 E_{MAE} 为 14.36 μA ,分段预测的 E_{MAE} 为 5.07 μA ,显然分段预测的效果优于整体预测。整体预测在第 II 阶段出现明显偏差,前述的分析对其原因已进行了探讨,主要是因为模型对发射点数量的错误估计,改用分段预测后明显改进了这一不足,使得残差显著减小并且随电压随机分布,更加接近真实的试验数据。分段预测的束电流如图 9 所示,图 9 与图 6 形成了明显对比,结果显示分段预测可以准确描述第 II 阶段的束电流。

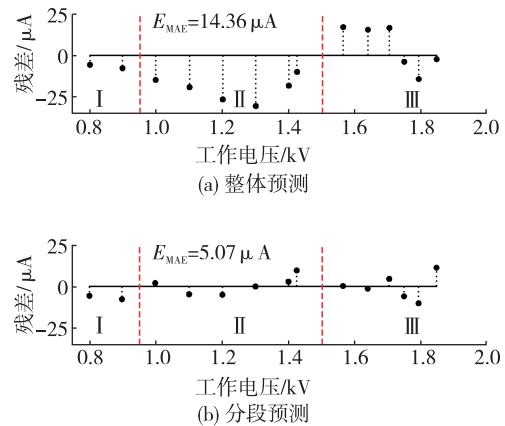


图 8 整体预测与分段预测的残差比较

Fig. 8 Schematic of residual under overall prediction and piecewise prediction

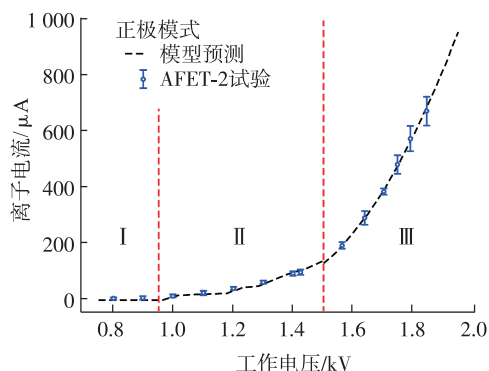


图 9 分段预测结果与 AFET-2 试验结果对比

Fig. 9 Piecewise prediction compared to experimental data in positive mode of AFET-2 thruster

可以发现,整体预测结果与分段预测结果的残差负值居多,分别有 78.6%、50% 的预测结果小于实际的试验结果。根据式(7)可知,预测值偏小的原因主要是特征电流偏小和特征电压偏大,接下来从模型的计算角度对该原因进行分析。假设条件

中忽略了弯月面切向电场力及离子隧穿效应对弯月面尖端的离子发射造成的影响,进而导致计算的特征电流 I^* 偏小。特征电压 U^* 偏大表明模型预测的发射体尖端局部电场强度过大,在长旋转椭球坐标系下对 Laplace 方程 $\nabla^2 \phi$ 求解后,得到的电场强度解析解大于真实值。为了解决该问题,可基于数值仿真的方法获得数值解后近似为电场分布的真实值。

2.3 几何参数的敏感性分析

全局敏感性分析结果如图 10 所示,图 10(a)~图 10(d) 分别为 d 、 R_c 、 θ 、 h 的敏感性指数,实线代表 S_T ,点划线代表 S_1 ,对应的水平线为其平均值;图 10(e) 为 d 和 R_c 的 S_2 ,水平线为其平均值;图 10(f) 为 $1 \sim 1.8$ kV 内 d 、 R_c 、 θ 、 h 的平均 S_1 、 S_H ,由式(12)可知二者之和(即柱状高度)可以代表 S_T 。由于 θ 、 h 的敏感性指数较小,故在图 10(c)、图 10(d)、图 10(f) 中使用对数坐标表示其变化。

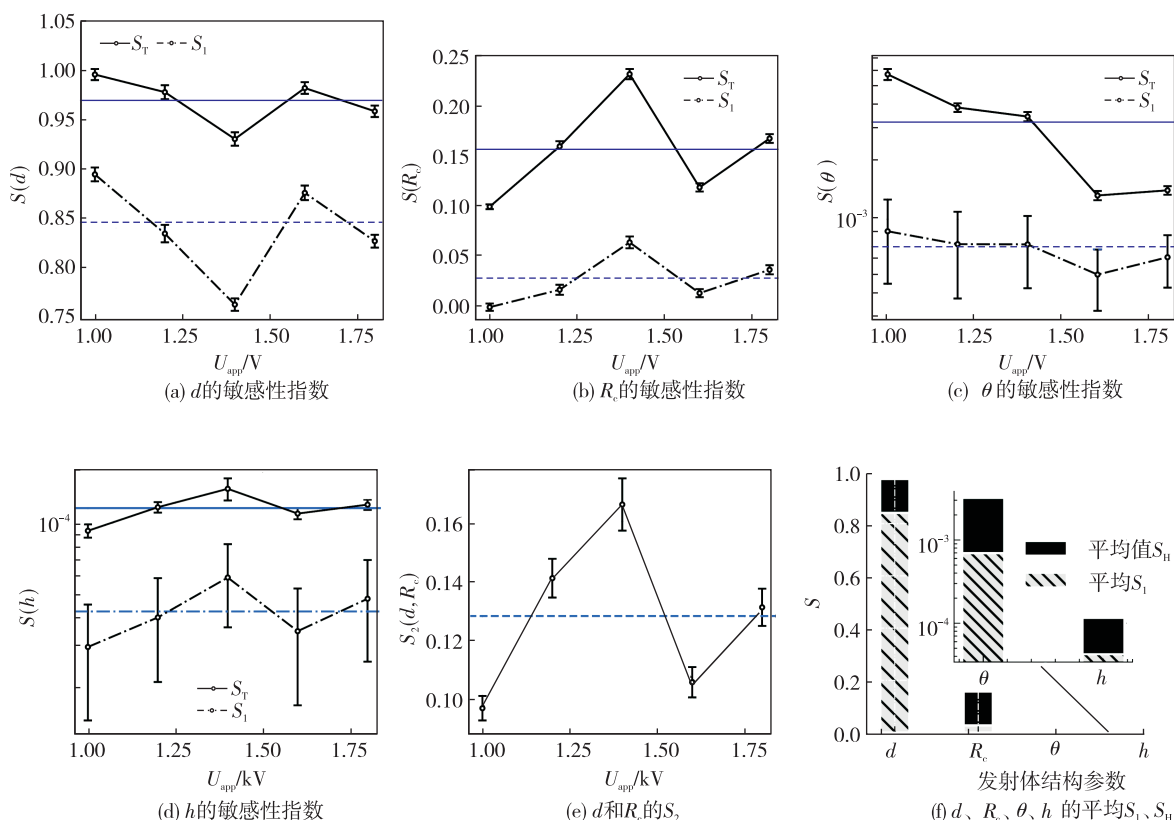


图 10 基于 Sobol 方法的全局敏感性分析结果

Fig. 10 Results of Sobol sensitivity analysis

结果表明,对离子束电流影响程度最大的参数是 d ,其次是 R_c ,而 θ 、 h 的影响程度相对较小。 $1 \sim 1.8$ kV 时, d 、 R_c 、 h 的敏感性指数存在波动,而 θ 呈下降趋势,参数间的交互作用导致 d 和 R_c 、 h 的波动情况正好相反。 d 、 R_c 的 S_2 较大且与 R_c 波动情况相同,说明 R_c 单参数自身的变化对离子束电流的影响较小,主要是与其他参数特别是 d 之间的交互作用造成了对离子束电流的影响。 R_c 、 h 的 S_1 小于 S_H 而 d 、 θ 的 S_1 大于 S_H ,说明 R_c 、 h 与其他参数间的交互作用对离子束电流的影响比其自身的变化要更加明显,但是 d 、 θ 单参数自身的变化会显著影响离子束电流。

下面对上述结果做进一步分析。 d 是影响发射体尖端电场强度的关键因素,而尖端电场强度是离子束电流的决定因素,因此 d 自身的变化可以显著影响离子束电流的大小。 R_c 主要是通过与其他参数的耦合对离子束电流造成间接影响,例如以 R_c/d 的形式影响尖端电场强度的大小,因此该参数的 $S_1 < S_H$ 。 θ 主要是对发射点数量的最大值及发射体的流阻造成影响,但该参数的单位是 rad,在模型中以三角函数的形式出现,数值较小,因此对离子束电流的影响不够明显。

主动供给的流量 Q 主要通过控制压差 Δp 的方式进行调节,但是被动供给的流量无法对其直接进行控制。电场力和毛细力的耦合作用驱动液体至多孔发射体尖端,主要通过多孔发射体的流阻对毛细效应产生影响,进而影响流量大小。因此,多孔发射体流阻的计算对于离子电喷雾推力器束电流理论模型的研究极其重要。本文研究对象为可以实现纯离子发射的锥形多孔发射体,其尖端曲率半径普遍较小,并且内部的液体流速较小,对应的雷诺数在 $1 \sim 10$ 范围内,因此在忽略重力影响的条件下,可以将多孔发射体中的流动过程视为稳定的达西流动。根据达西定律对发射体流阻的表达式进行推导,流阻被定义为

$$R_h = \frac{\Delta p}{Q} = \int \frac{\mu}{\kappa A(x)} dx \quad (14)$$

式中: μ 为 ILs 的动力黏度; κ 为发射体多孔介质的渗透率; $A(x)$ 为积分截面。

粉末烧结成型的多孔基材在加工后形成的发射体尖端,其形貌不是理想的球冠面,而是不规则凸面,该“帽形”部分尺寸较小,对流阻不会产生明显影响。为了简化计算,可以将锥形发射体视为圆

台,如图 11 所示。

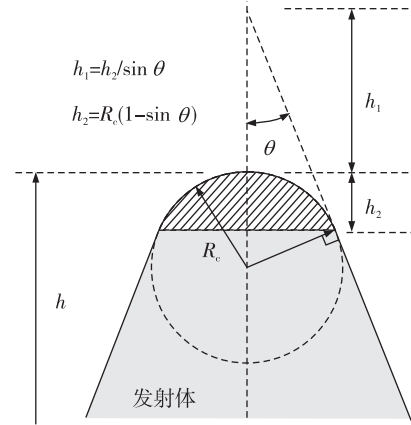


图 11 忽略尖端“帽形”部分的锥形发射体平面示意图

Fig. 11 Planar schematic of conical emitter without the cap part of the tip

对式(14)进行积分计算后得到

$$R_h = \frac{\mu}{\pi \kappa R_c \sin \theta} \left(1 - \frac{h_1 + h_2}{h_1 + h} \right) \quad (15)$$

式中 h_1 、 h_2 为计算引入的辅助量。

发射体高度 $h \gg h_2$, $(h_1 + h_2)/(h_1 + h) \ll 1$, 故锥形多孔发射体流阻可以表示为

$$R_h \approx \frac{\mu}{\pi \kappa R_c \sin \theta} \quad (16)$$

式(16)表明,离子液体的动力黏度 μ 、多孔介质的渗透率 κ 、尖端的曲率半径 R_c 及圆锥半角 θ 的正弦值对发射体流阻产生显著影响,而发射体高度 h 的影响可以忽略不计,进而验证了图 8 的结果。以 AFET-2 推力器的多孔锥形发射体为例, R_c 为 $15 \mu\text{m}$, θ 为 0.28 rad , h 为 0.3 mm , κ 为 $1.5 \times 10^{-13} \text{ m}^2$, 流阻计算结果为 $1.848 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3$, 式(16)与式(15)相比仅相差 6.01%, 发射体高度 h 越大时,式(16)的误差越小。基于多孔硼硅酸盐玻璃基材并使用低成本 CNC 工艺加工的锥形发射体,其高度约为 1 mm , 此时误差小于 2%。

综上,离子电喷雾推力器在制造过程中须严格控制发射体尖端到提取极的距离不确定度,为了提高推力器的性能和束流的均匀性、稳定性,发射体之间要有较高的一致性,因此对发射体的加工工艺也提出了更高的要求。

3 结 论

本文介绍了离子束电流的数学模型,比较了模型计算结果与试验数据,探究了结构参数对纯离子束电流的影响程度,得出以下结论。

1)模型可以准确、可靠地预测多孔发射体的多点发射行为和离子束电流大小。与试验数据相比,全局优化的引入使预测结果的平均误差仅为 $5.07\ \mu\text{A}$,其误差来源主要是忽略了温度、重力的影响。

2)在高、低电压下,发射行为存在不同的特征。工作电压大于 $1.5\ \text{kV}$ 时,发射点数量多、基底半径小,主要集中在发射体表面的孔隙中,此时电场强度是影响离子束电流的主要因素;工作电压小于 $1.5\ \text{kV}$ 时,发射点数量较少,此时基底半径较大的发射点可以跨越多个微孔产生电流,主要受多孔储层内部压力影响。

3)发射体尖端与提取极之间的距离是影响离子束电流的关键因素。Sobol 方法分析表明:发射体结构的几何参数 d 、 R_c 对电流的影响较为明显,而 θ 、 h 的影响可以忽略不计,其中 d 的 1 阶敏感性指数为 0.841、高阶敏感性指数为 0.130, R_c 的 1 阶敏感性指数为 0.028、高阶敏感性指数为 0.130, d 、 R_c 的 2 阶敏感性指数为 0.129。与 2 阶交互效应相比, R_c 的 1 阶效应对电流的影响可以忽略不计。

高、低电压下的不同特征是影响推力控制的关键,未来将会在自研离子电喷雾推力器的基础上,进一步通过试验方法研究该特征。

参考文献

- [1] 郭登帅,康小明,刘欣宇,等. 场发射电推力器的研究现状及其关键技术[J]. 火箭推进, 2018, 44(4): 1-9.
- GUO D S, KANG X M, LIU X Y, et al. Research status and key technologies of field emission electric propulsion thruster [J]. Journal of Rocket Propulsion, 2018, 44(4): 1-9.
- [2] 于达仁,牛翔,王泰卜,等. 面向空间引力波探测任务的微推进技术研究进展[J]. 中山大学学报(自然

科学版), 2021, 60(1): 194-212.

- YU D R, NIU X, WANG T B, et al. The developments of micro propulsion technology based on space gravitational wave detection task[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2021, 60(1): 194-212.
- [3] GONG Y G, LUO J, WANG B. Concepts and status of Chinese space gravitational wave detection projects[J]. Nature Astronomy, 2021, 5: 881-889.
- [4] 陈茂林,刘旭辉,周浩浩,等. 适用于微纳卫星的微型电推进技术研究进展[J]. 固体火箭技术, 2021, 44(2): 188-206.
- CHEN M L, LIU X H, ZHOU H H, et al. Research and development of micro electric propulsion technology for micro/nano satellites[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2021, 44(2): 188-206.
- [5] 于达仁,乔磊,蒋文嘉,等. 中国电推进技术发展及展望[J]. 推进技术, 2020, 41(1): 1-11.
- YU D R, QIAO L, JIANG W J, et al. Development and prospect of electric propulsion technology in China[J]. Journal of Propulsion Technology, 2020, 41(1): 1-11.
- [6] LEGGE R S, LOZANO P, MARTINEZ-SANCHEZ M. Fabrication and characterization of porous metal emitters for electrospray thrusters[C]//30th International Electric Propulsion Conference. Florence, Italy: IEPC, 2007.
- [7] CHEN C, CHEN M L, ZHOU H H. Characterization of an ionic liquid electrospray thruster with a porous ceramic emitter[J]. Plasma Science and Technology, 2020, 22(9): 094009.
- [8] LIU X Y, KANG X M, DENG H W, et al. Energy properties and spatial plume profile of ionic liquid ion sources based on an array of porous metal strips[J]. Plasma Science and Technology, 2021, 23(12): 125502.
- [9] 张天平,张雪儿,李璇. 离子与霍尔电推进性能和质量的工程数据模型[J]. 火箭推进, 2022, 48(1): 1-13.
- ZHANG T P, ZHANG X E, LI X. Engineering data models of performance and mass for ion and Hall electric propulsions[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(1): 1-13.
- [10] ZIEMER J, MARRESE-READING C, CUTLER C, et al. In-flight verification and validation of colloid micro-thruster performance [C]//2018 Joint Propulsion

- Conference. Reston, Virginia: AIAA, 2018.
- [11] KREJCI D, MIER-HICKS F, FUCETOLA C P, et al. Design and characterization of a scalable ion electrospray propulsion system[C]//30th International Symposium on Space Technology and Science. Hyogo, Japan: ISTS, 2015.
- [12] JORNS B A, GORODETSKY A A, LASKY I M, et al. Uncertainty quantification of electrospray thruster array lifetime[C]//36th International Electric Propulsion Conference. [S.l.]: IEPC, 2019.
- [13] ST PETER B, DRESSLER R A, CHIU Y H, et al. Electrospray propulsion engineering toolkit (ESPET) [J]. Aerospace, 2020, 7(7): 91.
- [14] 雪佳强, 郭宁, 孟伟, 等. 多孔阵列式电喷雾推力器纯离子电流的物理模型[J]. 推进技术, 2023, 44(6): 171-182.
- XUE J Q, GUO N, MENG W, et al. Physical model for current of electrospray thruster with porous emitter array operated in pure ionic regime[J]. Journal of Propulsion Technology, 2023, 44(6): 171-182.
- [15] DRESSLER R A, PETER B S, CHIU Y H, et al. Multiple emission sites on porous glass electrospray propulsion emitters using dielectric propellants [J]. Journal of Propulsion and Power, 2022, 38(5): 809-821.
- [16] NATISIN M R, ZAMORA H L. Performance of a fully conventionally machined liquid-ion electrospray thruster operated in PIR[C]//36th International Electric Propulsion Conference. [S.l.]: IEPC, 2019.
- [17] WHITTAKER C B, GORODETSKY A, JORNS B. Quantifying uncertainty in the scaling laws of porous electrospray emitters[C]//AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum. Reston, Virginia: AIAA, 2020.
- [18] WRIGHT P, WIRZ R E. Transient flow in porous electrospray emitters[C]//AIAA Propulsion and Energy 2021 Forum. Reston, Virginia: AIAA, 2021.
- [19] 程世豪. 离子液体微型电推进器三维仿真与性能分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.
- CHENG S H. Three dimensional simulation and performance analysis of ionic liquid micro thruster[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [20] COFFMAN C, ANCHEZ M, HIGUERA F J, et al. Structure of the menisci of leaky dielectric liquids during electrically-assisted evaporation of ions [J]. Applied Physics Letters, 2016, 109(23): 231602.
- [21] VIRTANEN P, GOMMERS R, OLIPHANT T E, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python[J]. Nature Methods, 2020, 17(3): 261-272.
- [22] SOBOL I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2001, 55(1/2/3): 271-280.
- [23] SALTELLI A, ANNONI P, AZZINI I, et al. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index[J]. Computer Physics Communications, 2010, 181(2): 259-270.
- [24] HERMAN J, USHER W. SALib: an open-source Python library for sensitivity analysis[J]. The Journal of Open Source Software, 2017, 2(9): 97.
- [25] YANG Y T, GUO D W, LI X K, et al. Development and characterization of a novel porous-media borosilicate glass ion sources for electrospray thruster [J]. Aerospace, 2021, 8(10): 297.
- [26] NATISIN M R, ZAMORA H L, HOLLEY Z A, et al. Efficiency mechanisms in porous-media electrospray thrusters[J]. Journal of Propulsion and Power, 2021, 37(5): 650-659.
- [27] NATISIN M R, ZAMORA H L, MCGEHEE W A, et al. Fabrication and characterization of a fully conventionally machined, high-performance porous-media electrospray thruster[J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2020, 30(11): 115021.